

Mese a Standard Modellről 2*2 órában, 2. rész

Előadás a magyar CMS-csoport számára

Horváth Dezső

horvath @ rmki.kfki.hu.

MTA KFKI Részecske– és Magfizikai Kutatóintézet, Budapest
és MTA ATOMKI, Debrecen



Mese a Standard Modellről, 2. rész: vázlat

- Szimmetriák és megmaradó mennyiségek.
- Mértékszimmetriák: $U(1)$, $SU(2)$, $SU(3)$
- Dirac-egyenlet és fermion-megmaradás
- Lokális $U(1) \Rightarrow$ kvantumelektrodinamika
- Lokális $SU(3) \Rightarrow$ kvantumszíndinamika
- Higgs-mechanizmus, spontán szimmetriasértés
- Lokális $U(1)_Y \otimes SU(2)_L +$ Higgs-tér \Rightarrow elektrogyenge kh.
- Tömegképződés



Az $SU(2)$ szimmetria

Speciális ($\det = 1$) Unitér ($U^\dagger U = 1$) 2×2 -es mátrixok csoportja

(Csoport: Zárt halmaz, asszociatív bináris művelet, egységelem, inverz)

Spin: 3D forgáscsoport $\Leftrightarrow J = 1/2$

Szokásos reprezentáció:

$$U(\theta_k) = \exp(-i\theta_k J_k) = \exp(-i\sigma_k \theta_k / 2) \quad (k = 1, 2, 3)$$

$$\text{Pauli-mátrixok: } \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Sajátértékek és -vektorok: } J_3 = +\frac{1}{2}: \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad J_3 = -\frac{1}{2}: \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Izospin

W. Heisenberg: Magerők töltésfüggetlensége, $m_p \approx m_n$

$$\Rightarrow \text{nukleon: } N = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \quad p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$I = \frac{1}{2} \quad I_3 = +\frac{1}{2} \quad I_3 = -\frac{1}{2}$$

$$I = 1: \quad \pi^+ (I_3 = +1) \quad \pi^0 (I_3 = 0) \quad \pi^- (I_3 = -1)$$

$$I = \frac{3}{2}: \quad \Delta^- (I_3 = -\frac{3}{2}); \quad \Delta^0 (I_3 = -\frac{1}{2}); \\ \Delta^+ (I_3 = +\frac{1}{2}); \quad \Delta^{++} (I_3 = +\frac{3}{2})$$

$$I_3(u) = +\frac{1}{2}, \quad I_3(d) = -\frac{1}{2} \quad I(\text{többi kvark})=0$$

Ma u és d kvark kvantumszáma (flavour, íz)

Teljes analógia spinnel, SU(2)-szimmetria.



Kovariáns formalizmus

Kovariáns négyesvektor: $A_\mu = (A^0, -\underline{A})$;

kontravariáns: $A^\mu = (A^0, +\underline{A})$

Deriválás kivétel: $\partial_\mu = (\frac{\partial}{\partial t}, +\underline{\nabla})$; $\partial^\mu = (\frac{\partial}{\partial t}, -\underline{\nabla})$

Skalárszorzat:

$$A \cdot B = A^0 B^0 - \underline{A} \cdot \underline{B} = A_\mu B^\mu = A^\mu B_\mu = g_{\mu\nu} A^\mu B^\nu = g^{\mu\nu} A_\mu B_\nu$$

metrikus tenzor: $g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Skalárszorzat Lorentz-invariáns, alsó–felső indexek párban

\Rightarrow implikált összegzés $\sum_{\mu=0}^3$



Dirac-spinor

Dirac-egyenlet sajátvektorai: ψ spinorok

Sajátvektor				spin	tömeg
$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	\uparrow	m
				\downarrow	m
				\uparrow	$-m$
				\downarrow	$-m$
részecske		antirészecske			

Gamma-mátrixok

Dirac-Pauli formalizmus (4×4 -es γ -mátrixok)

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^4 \equiv \gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \underline{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \underline{\sigma} \\ -\underline{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$$



Spinorok bilineáris szorzatai

ψ : 4-es spinor (oszlopvektor)

$\bar{\psi} \equiv \psi^\dagger \gamma^0$: adjungált spinor (sorvektor)

A fizikai mennyiségekben előfordulhatók

Típus	alak	komp.	P -tükr. hatása
Skalár	$\bar{\psi}\psi$	1	+
Vektor	$\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$	4	térkomp. –
Tenzor	$\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi$	6	
Axiálvektor	$\bar{\psi}\gamma^5\gamma^\mu\psi$	4	térkomp. +
Pszeudoskalár	$\bar{\psi}\gamma^5\psi$	1	–

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu)$$

Gyenge áram: $\bar{\psi}(1 - \gamma^5)\gamma^\mu\psi \Rightarrow$ V-A elmélet



A szabad fermion Dirac–egyenlete

Lagrange–sűrűség operátora = kin. – pot. energiasűrűség

$$L = T - V = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \quad \partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} \quad \bar{\psi} \equiv \psi^\dagger\gamma^0$$

Euler–Lagrange–egyenlet: $\delta L = 0 \Rightarrow$ Adj. Dirac-egy.

$$\partial_\mu \left[\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu\psi)} \right] - \frac{\partial L}{\partial\psi} = 0 \Rightarrow \boxed{i\partial_\mu\bar{\psi}\gamma^\mu + m\bar{\psi} = 0}$$

Herm. konj. $(\gamma^{02} = I; \gamma^{0\dagger} = \gamma^0; \gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0\gamma^\mu\gamma^0)$

$$\begin{aligned} [i\partial_\mu\bar{\psi}\gamma^\mu + m\bar{\psi}]^\dagger &= -i\gamma^{\mu\dagger}\gamma^{0\dagger}\partial_\mu\psi + m\gamma^{0\dagger}\psi = \\ -i\gamma^0\gamma^\mu\partial_\mu\psi + m\gamma^0\psi &= -\gamma^0(i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\psi) = 0 \end{aligned}$$

Dirac-egyenlet:

$$\boxed{(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0}$$



A fermiontöltés megmaradása

$$\bar{\psi}[i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\psi] + [i\partial_\mu\bar{\psi}\gamma^\mu + m\bar{\psi}]\psi = 0$$

Dirac-egy. adj. Dirac

$$\bar{\psi}\gamma^\mu(\partial_\mu\psi) + (\partial_\mu\bar{\psi})\gamma^\mu\psi = \partial_\mu(\bar{\psi}\gamma^\mu\psi) = 0$$

$$\frac{\partial j_0}{\partial t} - \sum_i \frac{\partial j_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{kontinuitási egy.}$$

$$j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi \quad \text{fermionáram-sűrűség 4-vektora}$$

$$\partial_\mu j^\mu = 0 \quad \text{fermion-megmaradás}$$

Anyagsűrűség:

$$j^0 = \bar{\psi}\gamma^0\psi = \psi^\dagger\gamma^0\psi = \psi^\dagger I\psi = \sum_{i=1}^4 |\psi|^2$$

$$\text{Elektron töltésárama: } j_e^\mu = -e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$$



Globális mértékinvariancia

Mozgásegyenlet (pl. $L = T - V$) invariáns
mértéktranszformációval szemben
 $\Rightarrow \exists$ megmaradó áram (Noether-tétel)

Szabad fermion: $L = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) - m\bar{\psi}(x)\psi(x)$
invariáns $U(1)$ globális mértéktr.-val

$U(1) = 1 \times 1$ unitér „mátrixok” csoportja
 $\psi(x) \rightarrow U\psi(x); U = e^{i\lambda}; U^\dagger U = 1$

Áram: $j^\mu(x) = \bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x); \partial_\mu j^\mu(x) = 0$

Példa: neutronbomlás, $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
barionáram és leptonáram megmarad



Globális szimmetriák (Noether-tétel)

Lagrange-fv invariáns globális transzfomációval szemben
 \Rightarrow megmaradási törvény

transzformáció	\Rightarrow	megmaradó mennyiség
térbeni eltolás (\underline{x})	\Rightarrow	impulzus (\underline{p})
időbeni eltolás (x_0)	\Rightarrow	energia (p_0)
forgatás	\Rightarrow	imp.-mom. (J)
$U(1)$ mértékinv.	\Rightarrow	töltés (Q, B, L)
$SU(2)$ mértékinv.	\Rightarrow	spin, izospin
$SU(3)$ mértékinv.	\Rightarrow	szín

$$U(1): \mathcal{L}(e^{i\alpha}\psi) = \mathcal{L}(\psi) \quad SU(2): \mathcal{L}(e^{\frac{1}{2}i\alpha\sigma}\psi) = \mathcal{L}(\psi)$$

\mathcal{L} : Lagrange-fv, ψ : részecske-tér
 $\underline{\alpha}$: 3 valós állandó, $\underline{\sigma}$: Pauli-mátrixok



Lokális invariancia \Rightarrow kölcsönhatás

- Lokális $U(1) \Rightarrow$ kvantumelektrodinamika
 $\mathcal{L}(e^{i\alpha(x)}\psi) = \mathcal{L}(\psi) \Rightarrow$ el. töltés, foton: $m_\gamma = 0$
- Lokális $SU(3) \Rightarrow$ kvantumszíndinamika
 $\mathcal{L}(e^{i\sum_{a=1}^8 \alpha_a(x)T_a}\psi) = \mathcal{L}(\psi)$
 \Rightarrow 3 szín, 8 gluon: $m_g = 0$ (T_a : 3×3 unitér mátrix)
- Lokális $SU(2) \not\Rightarrow$ gyenge kh. ???
 $\mathcal{L}(e^{\frac{1}{2}i\alpha(x)\sigma}\psi) = \mathcal{L}(\psi) \Rightarrow$ 3 bozon, $m(B_i) = 0$
Sértenünk kell, hogy működjék: spontán szimmetriasértés (Higgs-mechanizmus)

Építsük fel a Standard Modellt:

Lokális $U(1) \otimes SU(2) \otimes SU(3) +$ Higgs-mechanizmus



Lokális $U(1) \Rightarrow$ QED

A szabad fermion Dirac-egyenlete:

$$L = i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m \bar{\psi} \psi \quad (\text{Adj. spinor: } \bar{\psi} \equiv \psi^\dagger \gamma^0)$$

$$U(1) \text{ mértéktrafó: } \psi'(x) = e^{i\alpha(x)} \psi(x)$$

Lokalitás: tetsz. valós $\alpha(x)$ téridő-fv.

Új szimm.-hoz kovariáns deriválás

Ált. impulzus Maxwell-egyenletben: $p \rightarrow p + eA \Rightarrow$

ált. derivált térelméletben: $i\partial_\mu \rightarrow iD_\mu = i\partial_\mu + eA_\mu$

ahol $U(1)$ hatására $A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha$

$$L' = i \bar{\psi} \gamma^\mu D_\mu \psi - m \bar{\psi} \psi = \bar{\psi} (i \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m) \psi + e \bar{\psi} \gamma^\mu \psi A_\mu = L - j^\mu A_\mu$$

($j^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$ megmaradó áram — vektor)

Új A_μ tér, tér kinetikus energiáját hozzáadni:

$$(E = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}; \quad F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)$$

$$L'' = \bar{\psi} (i \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m) \psi + e \bar{\psi} \gamma^\mu \psi A_\mu - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$$



Kovariáns deriválás $U(1)$ -re

$$\begin{aligned}D_\mu(U(\alpha)\psi) &= (\partial_\mu - ieA_\mu)(U(\alpha)\psi) \\&= i(\partial_\mu\alpha)e^{i\alpha}\psi + e^{i\alpha}\partial_\mu\psi - ieA_\mu e^{i\alpha}\psi \\&= e^{i\alpha}[\partial_\mu - ieA'_\mu + i(\partial_\mu\alpha)]\psi \\&= e^{i\alpha}D_\mu\psi \quad (A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F'_{\mu\nu}F'^{\mu\nu} &= [\partial_\mu(A_\nu + \frac{1}{e}\partial_\nu\alpha) - \partial_\nu(A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha)] \\&\quad \cdot [\partial^\mu(A^\nu + \frac{1}{e}\partial^\nu\alpha) - \partial^\nu(A^\mu + \frac{1}{e}\partial^\mu\alpha)] \\&= ((\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) \cdot (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)) \\&= F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}m_\gamma^2 A'_\mu A'^\mu &= m_\gamma^2 (A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha) \cdot (A^\mu + \frac{1}{e}\partial^\mu\alpha) \\&\neq m_\gamma^2 A_\mu A^\mu \\&\Rightarrow m_\gamma = 0\end{aligned}$$



A QED Lagrange-függvénye

$$L_{\text{QED}} = \bar{\psi}(i \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m)\psi + e \bar{\psi} \gamma^\mu \psi A_\mu - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

$m > 0$ fermion + $m = 0$ A_μ -tér

A_μ nem tűr tömeget: $\frac{1}{2} m_\gamma^2 A^\mu A_\mu$ tömegtag elrontja $U(1)$ -et

Az $U(1)$ -trafók Abel-csoportja:

$$U(\alpha) = e^{i\alpha}; U(\alpha_1) \cdot U(\alpha_2) = U(\alpha_2) \cdot U(\alpha_1)$$

$$\text{Áramsűrűség: } j^\mu = -e \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$$

Globális $U(1)$ -invariancia ($\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha} \psi(x)$)

\Rightarrow töltés- áram-megmaradás

Lokális $U(1)$ -invariancia ($\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)} \psi(x)$)

\Rightarrow QED és fotontér



Az $SU(3)$ szimmetria

Speciális ($\det = 1$) Unitér ($U^\dagger U = 1$) 3×3 -as mátrixok csoportja

Szokásos reprezentáció: $U = \exp(i\alpha_a T_a) \equiv \exp(i \sum_{a=1}^8 \alpha_a T_a)$
(α_a : állandók, T_a : generátorok)

$$T_a = \lambda_a/2; \quad [T_a, T_b] = i \sum_{c=1}^8 f_{abc} T_c$$

Szerk. állandók: $f_{abc} = -f_{acb} = -f_{bac} = -f_{cba}$

Generátorok származtatása:

Ált. 2×2 Pauli-mátrixok 0-kkal 3×3 -ra bővítve

$$\lambda_i = \begin{pmatrix} \sigma_i & \\ & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & \\ & -1 \\ & & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & -2 \end{pmatrix}$$

($i = 1, 2, 3$)

λ_3 és λ_8 , diagonálisak



$SU(3) \sim 3 \times SU(2)$

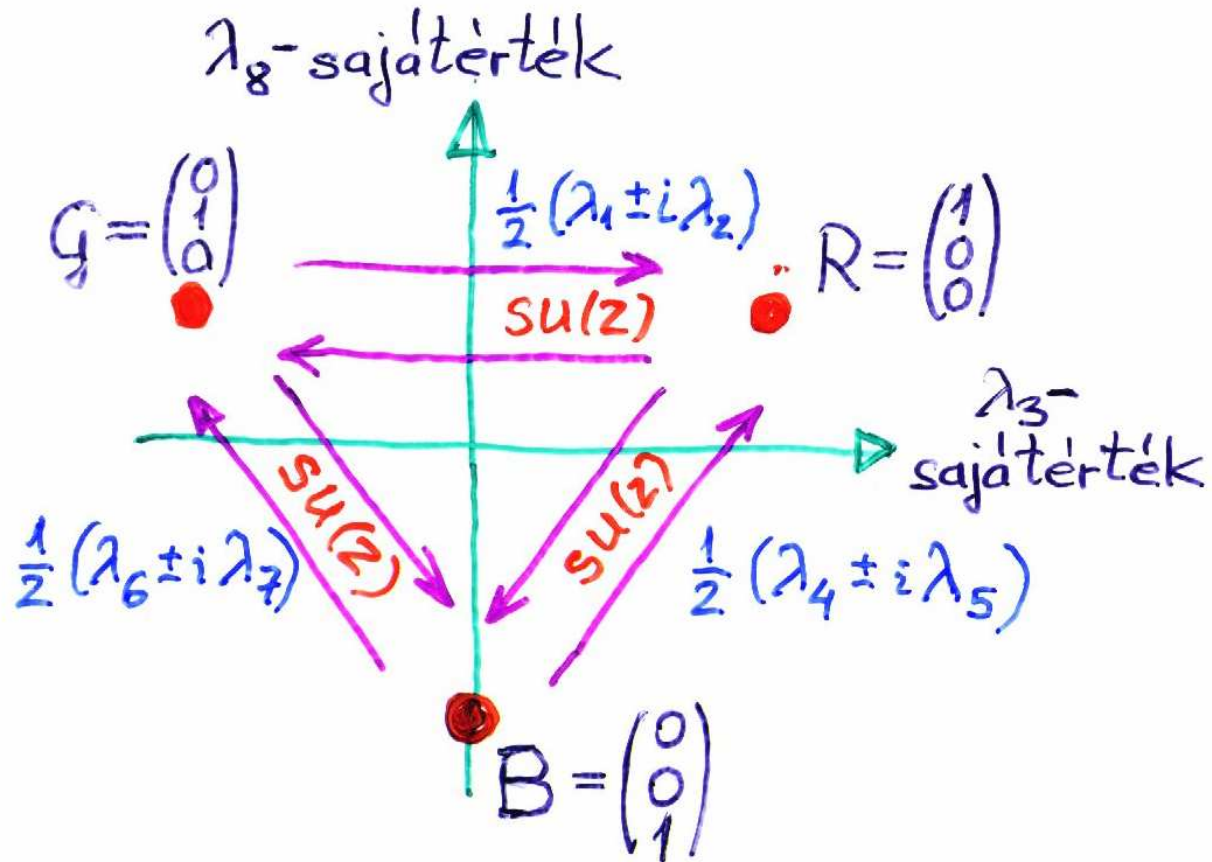
λ_i származtatása:

$\frac{1}{2}(\lambda_i \pm \lambda_j)$ léptet

f_{abc} származtatása:

$$\left[\frac{1}{2}\lambda_a, \frac{1}{2}\lambda_b\right] = i \sum_{c=1}^8 f_{abc} \frac{1}{2}\lambda_c$$

$$(T_a \equiv \frac{1}{2}\lambda_a)$$



Lokális SU(3) szimmetria

Szabad kvark: $L_0 = \bar{q}_j (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) q_j$

($\sum_{j=1}^3 [\dots]_j [\dots]_j$ összeg színre, elhagyjuk)

Lokális mértéktranszf.:

$$q(x) \rightarrow U q(x) = e^{i\alpha_a(x) T_a} q(x) \quad (\sum_{a=1}^8 [\dots]_a [\dots]_a)$$

$\alpha_a(x)$ valós téridő fv.

Szín-SU(3) : U : 3×3 -as, unitér, $\det(U) = 1 \Rightarrow \text{Tr } T_a = 0$

Nem-Abeli csoport: $[T_a, T_b] = i f_{abc} T_c$

Szerkezeti állandók: $f_{abc} = -f_{acb} = -f_{bac} = -f_{cba}$

$$f_{123} = 1; f_{458} = f_{678} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$f_{147} = f_{165} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = f_{376} = \frac{1}{2}$$

a többi zérus



Az SU(3)-mértéktér

Kovariáns derivált: $D_\mu = \partial_\mu + igT_a G_\mu^a$

Mértéktér: $G_\mu^a \rightarrow G_\mu^a - \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha_a - f_{abc} \alpha_b G_\mu^c$

Térerősség: $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - gf_{abc} G_\mu^b G_\nu^c$

ahol g a csatolási állandó

Első két tag Abeli \sim QED



A QCD Lagrange-operátora

$$L_{\text{QCD}} = \bar{q}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q - g(\bar{q}\gamma^\mu T_a q)G_\mu^a - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}$$

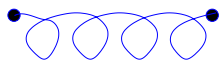
g : csat. állandó; $m_g = 0$

$$L_{\text{QCD}} =$$

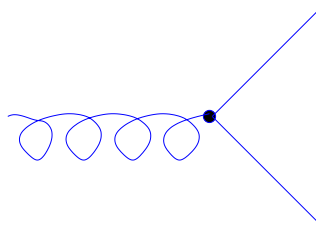
$$\{\bar{q}q\} + \{G^2\} + g\{\bar{q}qG\} + g\{G^3\} + g^2\{G^4\}$$



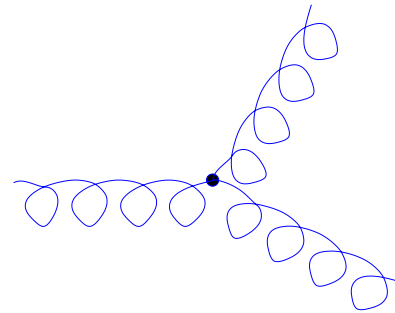
szabad
kvark



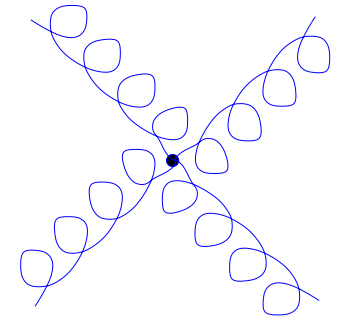
szabad
gluon



kvark-gluon
kh.



3-gluon
kh.



4-gluon
kh.

QED-analógia

gluon-gluon kh.: QCD-spec.



Futó csatolás: QED

QED csatolási állandója: $\alpha(Q^2) = \frac{\alpha_0}{1 - \frac{\alpha_0}{3\pi} \ln(Q^2/M^2)}$
 Q : imp-átadás

M : renormálás levágása: $\int_0^\infty |p| dp \leftrightarrow \int_0^M |p| dp$

Fizikaibb felírás: tetsz. μ referencia-impulzusra $\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi} \ln(Q^2/\mu^2)}$

$\alpha^{-1}(0) \approx 137$; $\alpha^{-1}(m_{\mu^\pm}^2) \approx 136$; $\alpha^{-1}(m_Z^2) \approx 128$

Felöltöztetett elektron, gyenge Q^2 -függés
Töltés árnyékolása nagy távolságon



Futó csatolási állandó: QCD

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{1 - \beta_1 \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{2\pi} \ln \frac{Q^2}{Q_0^2}} \approx \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) \ln(Q^2/\Lambda^2)}$$

$$\beta_1 = \frac{1}{3}N_f - \frac{11}{6}N_C < 0 \quad (N_C = 3 \text{ szín}, N_f = 2 \dots 6 \text{ íz (flavor)})$$

$$\alpha_s(1 \text{ GeV}^2) \sim 1; \quad \alpha_s(m_Z^2) \approx 0,120; \quad \alpha_s(Q^2 \rightarrow \infty) = 0$$

$$\Lambda(N_f) \sim 0,1 - 0,5 \text{ GeV: levágás} \quad \Lambda(N_f = 2) \approx 260 \text{ MeV}$$

$Q^2 \gg \Lambda^2 \Rightarrow$ gyenge csatolás

nagy E, kis táv. \Rightarrow aszimptotikus szabadság

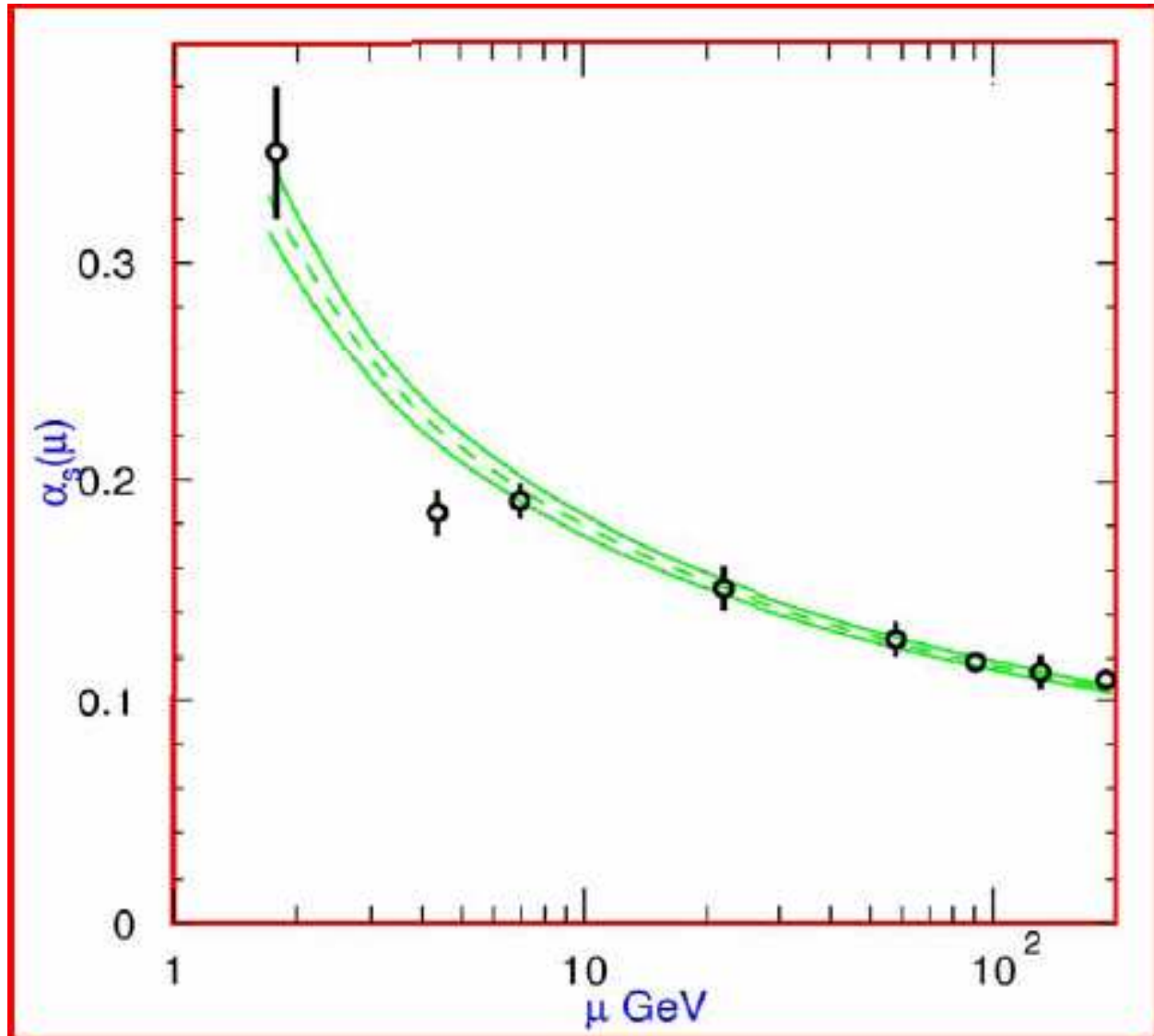
$Q^2 \leq \Lambda^2 \Rightarrow$ erős csatolás

kis E, nagy táv. \Rightarrow kvarkbezárás, hadronok

Ellenárnyékolás: szintöltés erősödése nagy távolságon

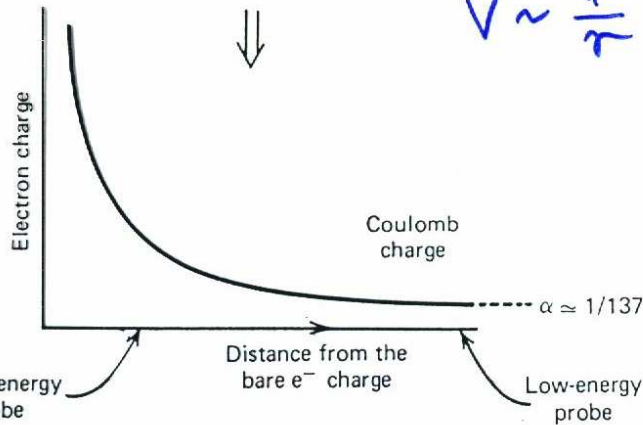
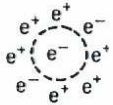
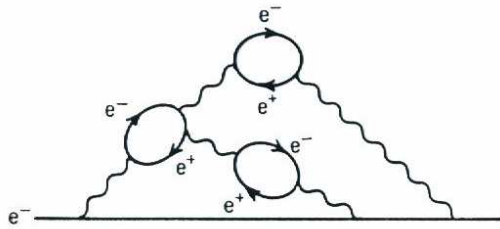


Aszimptotikus szabadság



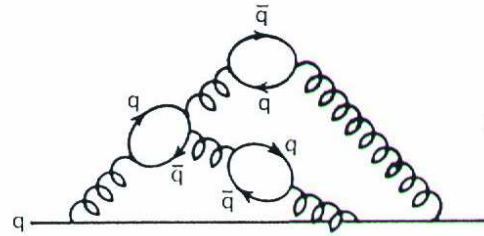
Árnyékolás: QED \Leftrightarrow QCD

Quantum electrodynamics (QED)

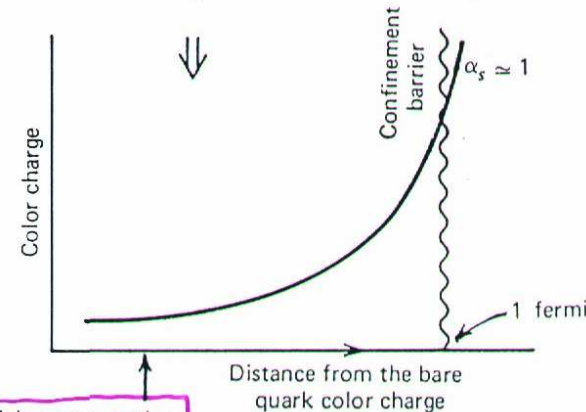
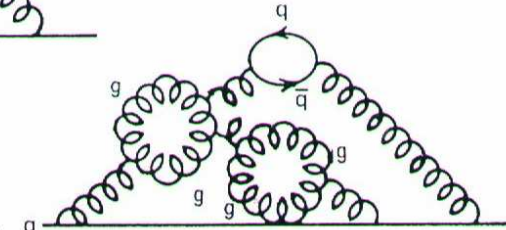


(a)

Quantum chromodynamics (QCD)



but also



(b)

$V \sim r$

$\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar$

$\Delta E \sim \frac{\hbar c}{\Delta r}$

Fig. 1.5 Screening of the (a) electric and (b) color charge in quantum field theory.



QED és QCD

	QED	QCD
Elemi fermionok	leptonok	kvarkok
Töltés	elektromos	szín-
Mértékbozon	foton (γ) nincs töltése	8 gluon (g) színes
Csatolási állandó Q^2 -függés	$\alpha(Q^2 = 0) = \frac{1}{137}$ gyenge	$\alpha_s(Q^2 = m_Z^2) = 0.12$ erős
Szabad részecskék	leptonok	hadronok
Számítási pontosság	$< 10^{-8}$	5 – 20%



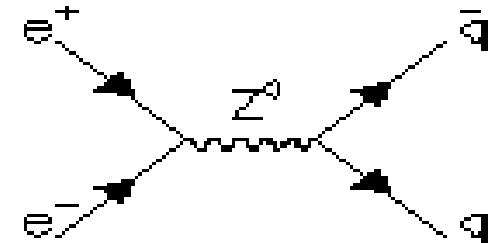
Kvarkok megfigyelése: hadronzáporok

Run:event 4093: 1000 Date 930527 Time 20716 Ctrk (N= 39 Sump= 73.3) Ecal (N= 25 SumE= 32.6) Hcal (N=22 SumE= 22.6)
 Ebeam 45.658 Evis 99.9 Emiss -8.6 Vtx (-0.07, 0.06, -0.80) Muon(N= 0) Sec Vtx(N= 3) Fdet (N= 0 SumE= 0.0)
 Bz=4.350 Thrust=0.9873 Aplan=0.0017 Oblat=0.0248 Spher=0.0073

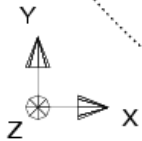
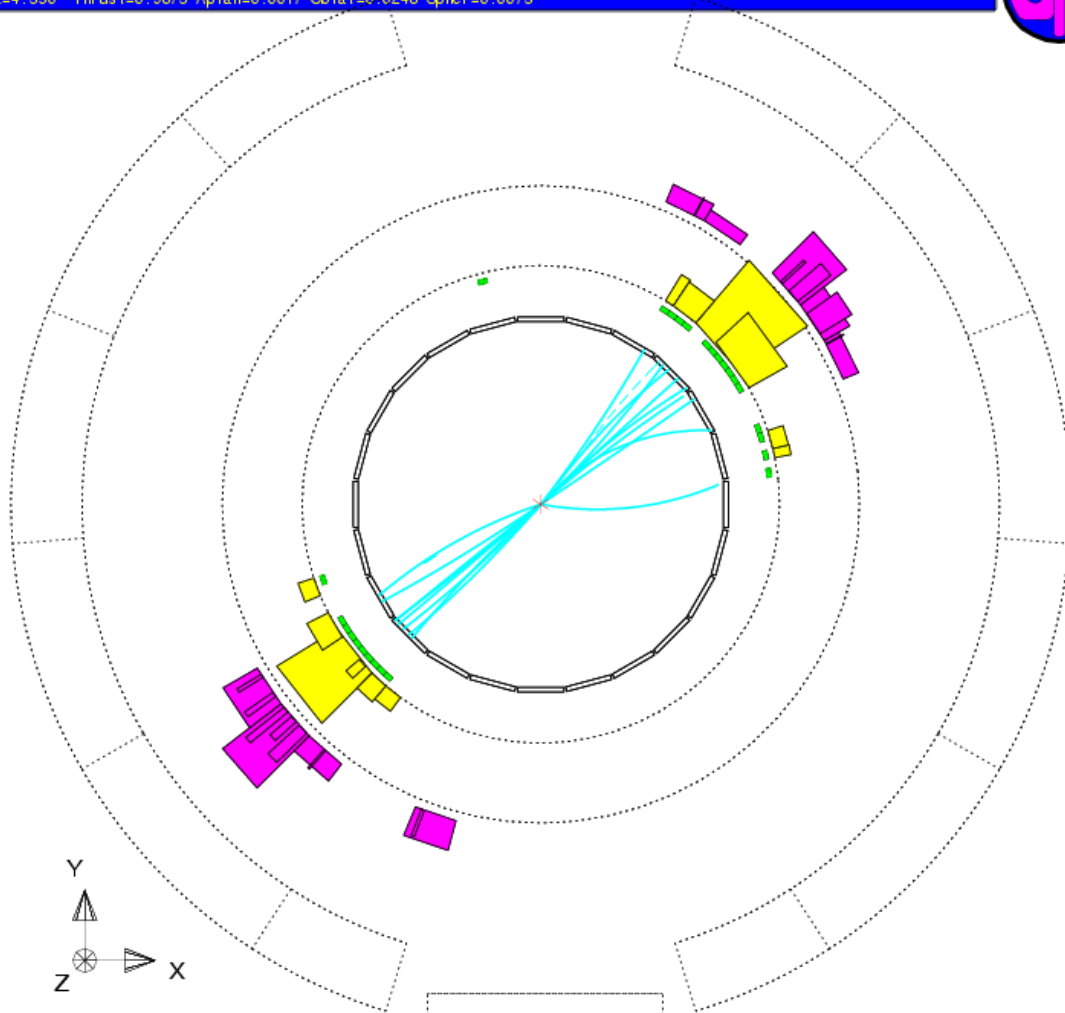


OPAL

$$e^+e^- \rightarrow Z^{(*)} \rightarrow q\bar{q}$$



39 töltött
részcecske!



Centre of screen is (0.0000, 0.0000, 0.0000)



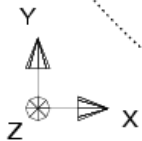
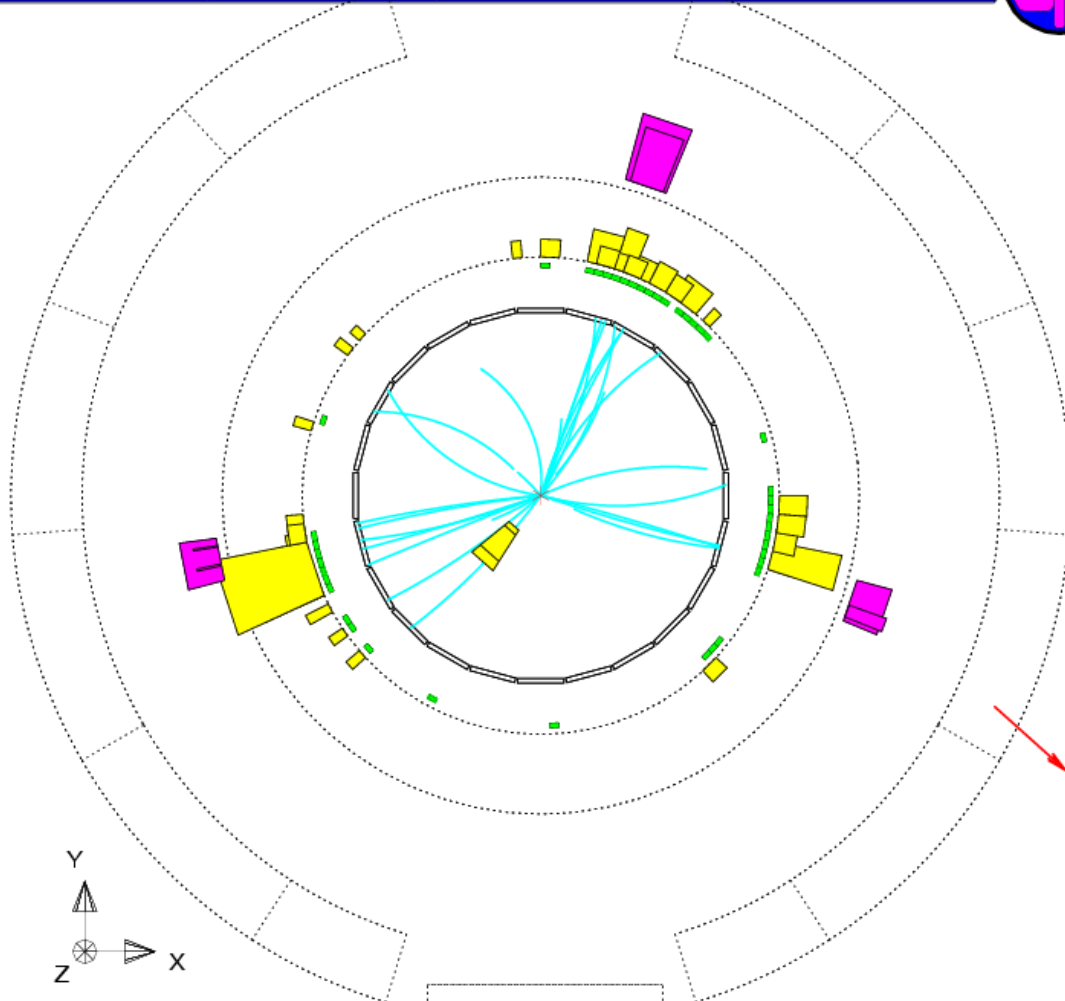
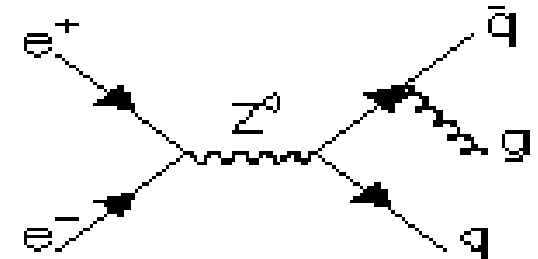
Gluon megfigyelése: 3 hadronzápor

Run:event 2542: 63750 Date: 911014 Time: 35925 Ctrk (N= 28 Sump= 42.1) Ecal (N= 42 SumE= 59.8) Hcal (N= 8 SumE= 12.7)
 Ebeam 45.609 Evis 86.2 Emiss 5.0 Vtx (-0.05, 0.12, -0.90) Muon(N= 1) Sec Vtx(N= 0) Fdet (N= 2 SumE= 0.0)
 Bz=-4.350 Thrust=0.8223 Aplan=0.0120 Oblat=0.3338 Spher=0.2463



OPAL

$$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$$



Centre of screen is (0.0000, 0.0000, 0.0000)



Gyenge kölcsönhatás

$$\tau(\text{erős kh.}) \sim 10^{-23} \text{ s}$$

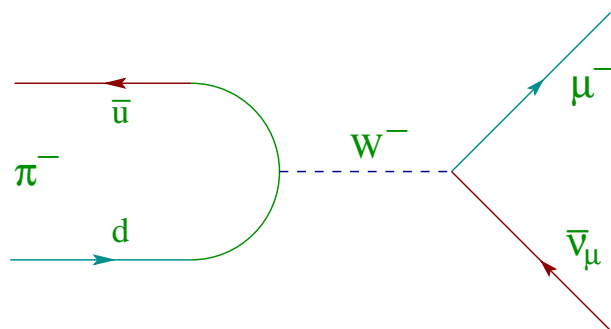
$$\tau(\text{e-m. kh.}) \sim 10^{-16} \text{ s}$$

$$\tau(\text{gyenge kh.}) \geq 10^{-8} \text{ s}$$

$$\rho(770) \rightarrow \pi \pi$$

$$\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$$



Gyenge d \rightarrow u bomlás



ízváltozás

Maximális paritássértés: balkezes részecske: μ^-_L

jobbkezes antirészecske: $\bar{\nu}_\mu^R$

Közvetítő: W^\pm, Z^0 ; $m_W, m_Z \gg 0$

Yukawa-kh.: $U(R) \sim \exp(-\frac{R}{R_0})/R$

$$R_0 \sim \frac{\hbar}{M_W c} \Rightarrow \text{„gyenge”}$$



Gyenge kh: mértékelmélet?

Globális $SU(2)$ mértékinvariancia:

$$\psi' = U\psi \quad U = \exp\left\{\frac{1}{2}i \sum_{k=1}^3 \alpha_k \sigma_k\right\}$$

α_k : valós szerk. áll.; σ_k : spinmátrixok

$$L' = L \Rightarrow \text{spin, izospin megmarad}$$

Lokális $SU(2)$: $U = \exp\left\{\frac{1}{2}i \sum_{k=1}^3 \alpha_k(x) \sigma_k\right\}$

\Rightarrow 3 mértékbozon, de $m_W = 0!$

Adjunk L -hez $m_W^2 W_\mu W^\mu$ tagot?

$SU(2)$ elromlik (na és?) és nem renormálható!!
(minden rendben más levágás...)

Lokális $SU(2) \not\Rightarrow$ gyenge kölcsönhatás!



Spontán szimmetriasértés

Mitől van a gyenge bozonok tömege?

Példázat: $L = T - V = \frac{1}{2}(\partial_\nu \phi)^2 - (\frac{1}{2}\mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4}\lambda \phi^4)$
(μ^2 valós, $\lambda > 0$): $\phi \rightarrow -\phi$ invariancia

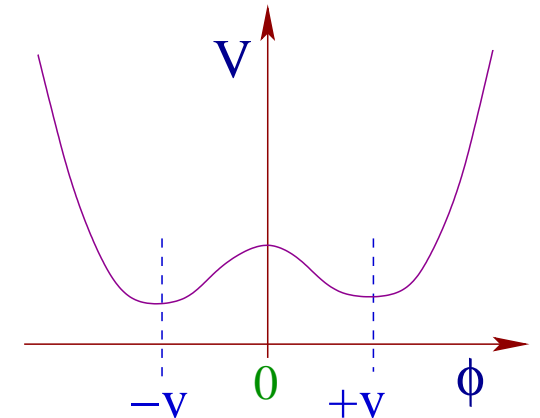
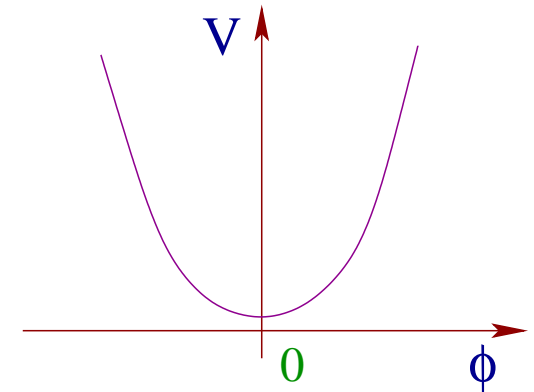
Ha $\mu^2 > 0$,
 ϕ skalár részecske tere
 μ tömeggel

Ha $\mu^2 < 0$:
 $\frac{\partial V}{\partial \phi} = \phi(\mu^2 + \lambda \phi^2) = 0$

Stabil vákuum:

$$\phi = \pm v = \pm \sqrt{-\mu^2 / \lambda^2}$$

Perturbációs szám.: $\phi(x) = v + \eta(x)$



Rejtett szimmetria

$$\phi(x) = v + \eta(x)$$
$$L' = \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 - \lambda v^2 \eta^2 - \lambda v \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda \eta^4 + \text{const}$$

$$\lambda v^2 \eta^2 \text{ jó tömegtag: } m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2}$$

$$L \equiv L'$$

L -nek explicit a szimmetriája,
de nem perturbatív, nem stabil a vákuuma

L' -nek rejtett a szimmetriája,
de perturbatív, stabil a vákuuma,
és explicit mutatja η -tér tömegét

Higgs-mechanizmus: fermion-tér + Higgs-tér
(fermion Higgs-térben)

Lokális $U(1) \otimes SU(2)$ + spontán szimmetriasértés



Higgs-mechanizmus $U(1)$ -en

Új terek: $\Phi(x) = \sqrt{\frac{1}{2}}[v + h(x)]e^{i\Theta(x)/v}$

$\Theta(x)$ megválasztása: $h(x)$ valós

Vektortér: $A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{ev} \partial_\mu \Theta$

$$L'' = \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 - \lambda v^2 h^2 + \frac{1}{2}e^2 v^2 A_\mu^2 - \lambda v h^3 - \frac{1}{4}\lambda h^4 + \frac{1}{2}e^2 A_\mu^2 h^2 + ve^2 A_\mu^2 h - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

- megvan a masszív A-vektor: $m_A = ev > 0$
- van egy új, masszív h-skalár: $m_h = \sqrt{2\lambda v^2} > 0$
- eltűnt a $\Theta(x)$ Goldstone-bozon:
 A_μ longitudinális polarizációja lett

Higgs-tér 2 szabadsági foka: A és h „tömege”



Higgs-mechanizmus SU(2)-n

$$L = (\partial_\nu \Phi)^\dagger (\partial^\nu \Phi) - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (\lambda > 0)$$

Skalár SU(2)-dublett:
$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_\alpha \\ \Phi_\beta \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} \Phi_1 + i\Phi_2 \\ \Phi_3 + i\Phi_4 \end{pmatrix}$$

Lokális SU(2) transzf.:
$$\Phi \rightarrow e^{\frac{i}{2} \alpha_a(x) \tau_a} \Phi$$

τ_a ($a = 1, 2, 3$): SU(2) generátorai („spinmátrixok”)

Kovariáns derivált:
$$D_\nu = \partial_\nu + ig \frac{\tau_a}{2} W_\nu^a \quad (a \dots a : \sum_1^3)$$

Izotriplett mértéktér transzformációja:

$$\underline{W}_\nu \rightarrow \underline{W}_\nu - \frac{1}{g} \partial_\nu \underline{\alpha} - \underline{\alpha} \times \underline{W}_\nu \quad (\text{U(1) + SU(2)-forgatás})$$

$$L = (\partial_\nu \Phi + \frac{i}{2} g \underline{\tau} \cdot \underline{W}_\nu \Phi)^\dagger (\partial^\nu \Phi + \frac{i}{2} g \underline{\tau} \cdot \underline{W}^\nu \Phi) - V(\Phi) - \frac{1}{4} \underline{W}_{\mu\nu} \underline{W}^{\mu\nu}$$

$$V(\Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2$$

$$\underline{W}^{\mu\nu} = \partial^\mu \underline{W}^\nu - \partial^\nu \underline{W}^\mu - g \underline{W}^\mu \times \underline{W}^\nu$$



Higgs-bozon és gyenge bozonok

$\mu^2 > 0$: 4 skalár Φ -tér ($m_\Phi = 0$)

kh.-ban 3 W_μ^a Goldstone-bozonnal ($m_W = 0$)

$\mu^2 < 0$; $\lambda > 0$:

$$V(\Phi) = \min$$

$$\Rightarrow \Phi^\dagger \Phi = \frac{1}{2}(\Phi_1^2 + \Phi_2^2 + \Phi_3^2 + \Phi_4^2) = -\frac{\mu^2}{2\lambda}$$

$\Phi(x)$ kifejtése pl. $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_4 = 0$; $\Phi_3^2 = v^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda}$
körül

$$\Phi_0 = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \Rightarrow \Phi(x) = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}$$

Eredmény: 3 Goldstone-bozon eltűnik \Rightarrow tömeg 3 W-nek
marad masszív skalár: Higgs-bozon

És az egész renormálható!



Hipertöltés

Kikeverni tiszta U(1) és SU(2) áramokból

elektromágneses áramot (Q töltéshez) és
gyenge áramot (T gyenge izospinhez)

SU(2)-rész csak balos részecskéket csatol \Rightarrow SU(2)_L

Megfigyelt semleges gyenge áramnak van R-komponense
(bár kicsi)

Töltött gyenge áram tiszta balos

U(1)-rész invariáns SU(2)-vel szemben, mert $m_A = 0$

$$j_\mu^{em} = -\bar{\ell}\gamma_\mu\ell = -\bar{\ell}_L\gamma_\mu\ell_L - \bar{\ell}_R\gamma_\mu\ell_R$$

Hipertöltés: $Y = 2(Q - T^3)$; árama: $j_\mu^Y = \bar{\psi}\gamma_\mu Y \psi$: U(1)_Y

E-m áram: $j_\mu^{em} = J_\mu^3 + \frac{1}{2}j_\mu^Y$ (e töltésegység leahagyva)



$U(1) \otimes SU(2) \Rightarrow$ elektroggyenge kh.

Kölcsönhatási tagok Lagrange-fv-ben:

$$U(1)_Y : -i\frac{g'}{2}j_\mu^Y B^\mu = -ig'\bar{\psi}\gamma_\mu\frac{Y}{2}\psi B^\mu$$

$$\text{Hipertöltés leptonra: } Y = 2(Q - T^3)$$

$$SU(2)_L : -igJ_\mu W^\mu = -ig\bar{\chi}_L\gamma_\mu\underline{T} \cdot W^\mu\chi_L$$

Gyenge izospin T gyenge izodublett

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \nu \\ \ell^- \end{pmatrix}_L$$

$$SU(2) \otimes U(1): \begin{aligned} \chi_L &\rightarrow \chi'_L = e^{i\alpha(x)\cdot\underline{T} + i\beta(x)Y}\chi_L \\ \psi_R &\rightarrow \psi'_R = e^{i\beta(x)Y}\psi_R \end{aligned}$$

$SU(2)_L$ dublett

$U(1)_Y$ szingulett



A gyenge mértékbozonok tömege

Töltött gyenge bozonok tömege:

Lagrange-fv-ben Higgs-tér kölcsönhatása $SU(2)_L$ terével

$$\left| \left(-i\frac{g}{2}\underline{\tau} \cdot \underline{W}_\mu - i\frac{g'}{2}B_\mu \right) \Phi_0 \right|^2 = \dots + \left(\frac{1}{2}vg\right)^2 W_\mu^+ W^{\mu-}$$

Tömegtag $M_W^2 W^+ W^-$ alakú

$$\Rightarrow \boxed{M_W = \frac{1}{2}vg}$$



A semleges mértékbozonok tömege

Higgs-tér kölcsönhatása $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ terével

$(W_\mu^3, B_\mu) \rightarrow (Z_\mu, A_\mu)$ diagonalizálja

\Rightarrow tömeg-sajátállapotok Θ_W szöggel elforgatva

Θ_W Weinberg/Weak keveredési szög

Semleges terek tömegei: $\frac{1}{2}M_A^2 A^\mu A_\mu$; $\frac{1}{2}M_Z^2 Z^\mu Z_\mu$ tagok

$$A_\mu = \frac{g'W_\mu^3 + gB_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = \cos \Theta_W B_\mu + \sin \Theta_W W_\mu^3 \quad M_A = 0$$

$$Z_\mu = \frac{g'W_\mu^3 - gB_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = -\sin \Theta_W B_\mu + \cos \Theta_W W_\mu^3 \quad M_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g^2 + g'^2}$$

$$\frac{g'}{g} = \operatorname{tg} \Theta_W \Rightarrow \frac{M_W}{M_Z} = \cos \Theta_W$$



A gyenge mértékbozonok tömege

Higgs-tér várható vákuum-értéke (v) v :

$$\text{Fermi csat. áll.: } \frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{1}{v^2}$$

$$G_{\text{exp}} \approx 10^{-5} / M_p^2 \Rightarrow \boxed{v \approx 246 \text{ GeV}}$$

Standard modell jóslata 1980 előtt:

$$M_W \approx 78,5 \text{ GeV}, M_Z \approx 89,2 \text{ GeV}$$

Korrekciók nélkül! (Okun', 1979)

Mérés (LEP):

$$M_W = 80,403(29) \text{ GeV}, M_Z = 91,1876(21) \text{ GeV}$$



A fermionok tömege?

$SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ után Lagrange-fv-ben nincs tömeg

Elektron: $\chi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L$ és e_R^-

$$Y_L = -1, \quad Y_R = -2; \quad Y = 2(Q - T^3)$$

$$\mathcal{L}_1 = \bar{\chi}_L \gamma^\mu [i\partial_\mu - \frac{g}{2} \tau^a W_\mu^a - g'(-\frac{1}{2})B_\mu] \chi_L + \bar{e}_R \gamma^\mu [i\partial_\mu - g'(-\frac{1}{2})B_\mu] e_R - \frac{1}{4} W_{\mu\nu} W^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$$

Tömegtag sérti a mértékinvarianciát:

$$-m_e \bar{e} e = -m_e \bar{e} \left[\frac{1}{2} (1 - \gamma_5) + \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) \right] e = -m_e (\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R)$$

e_L : $T = \frac{1}{2}$; $Y = -1$; dublett része

e_R : $T = 0$; $Y = -2$; szingulett

nem csatolódnak!

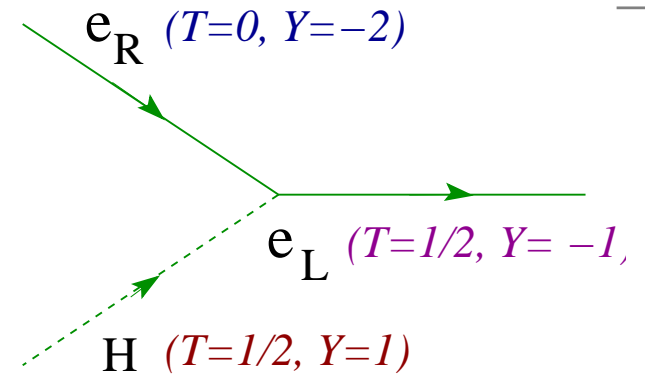


Az elektron tömege: Higgs-csatolás

Higgs-tér csatol:

$$T_H = \frac{1}{2}; \quad Y_H = 1$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}$$



Ad-hoc mértékinvariáns Lagrange-tag:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_3 &= -G_e \left[(\bar{\nu}_e, \bar{e})_L \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R (\bar{\Phi}_1, \bar{\Phi}_2) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right] \\ &= -\frac{G_e}{\sqrt{2}} v (\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R) - \frac{G_e}{\sqrt{2}} (\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R) h \end{aligned}$$

Legyen G_e olyan, hogy $m_e = \frac{1}{\sqrt{2}} G_e v$

$$\mathcal{L}_3 = -m_e \bar{e}e - \frac{m_e}{v} \bar{e}eh \quad \text{jó tömegtag + kh. Higgs-térrel}$$

m_e szabad paraméter



A kvarkok tömege

Leptonokkal analóg, csak:

$$\text{Felső típusúhoz } (T_3 = +\frac{1}{2}): \quad \Phi_C = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} v + h(x) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Alsó típusúhoz } (T_3 = -\frac{1}{2}): \quad \Phi = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}$$

Eredmény:

$$\mathcal{L}_4 = -m_d^i \bar{d}_i d_i \left(1 + \frac{h}{v}\right) - m_u^i \bar{u}_i u_i \left(1 + \frac{h}{v}\right) \quad (i = 1, 2, 3)$$

A Higgs-bozon tömege:

$$V(\Phi) = m_H^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \Rightarrow m_H = \sqrt{2v^2 \lambda}$$

Tetsz. tömegek \rightarrow szabad paraméterek



Cabibbo-szög

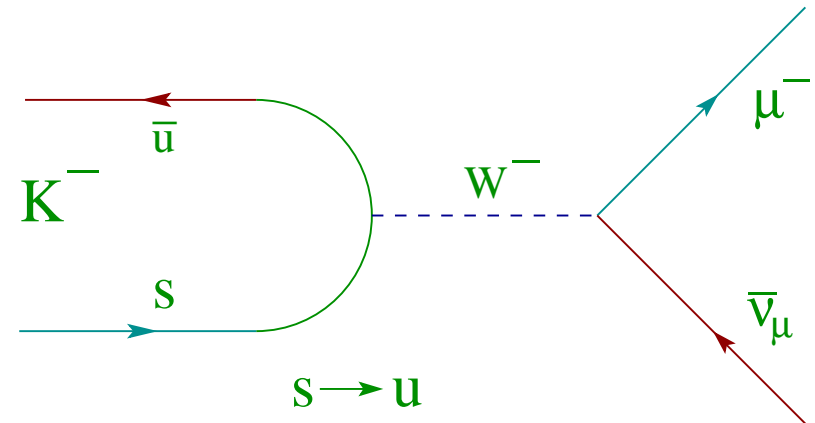
Leptonpárok nem keverednek, kvarkpárok igen

Ok: tömeg-sajátállapotok \neq gyenge kh.-éi

$$\mu^- \rightarrow e\gamma : \text{BR} < 1,2 \times 10^{-11} \text{ (90\%CL)}$$

$$K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu : \text{BR} = 63,44 \pm 0,14\%$$

$s \rightarrow u$ bomlás családon kívül



N. Cabibbo, 1963: $(d, s) \rightarrow (d', s')$ keveredés, $\Theta_C \approx 13^\circ$

Töltött gyenge áram 4 kvarkra: $J^\mu = (\bar{u}, \bar{c}) \frac{1}{2} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) U \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$

Keveredési mátrix:
$$U = \begin{pmatrix} \cos \Theta_C & \sin \Theta_C \\ -\sin \Theta_C & \cos \Theta_C \end{pmatrix}$$

Lepton-csatolás ($m_\nu = 0$): G ; kvarkoké: $G \cos \Theta_C$



A CKM-mátrix

Kobayashi és Maskawa, 1972: keveredés + CP-sértés 6 kvarkra

Töltött gyenge áram: $J^\mu = (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t}) \frac{1}{2} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) U \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$

Keveredési mátrix: 3 szög ($\Theta_{12}, \Theta_{13}, \Theta_{23}$) és $e^{i\delta}$ fázis: CP-sértés

Jelölés: $c_{ij} \equiv \cos \Theta_{ij}$; $s_{ij} \equiv \sin \Theta_{ij}$

$$U_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} U_{ud} & U_{us} & U_{ub} \\ U_{cd} & U_{cs} & U_{cb} \\ U_{td} & U_{ts} & U_{tb} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} |0.974| & |0.225| & |0.004| \\ |0.230| & |0.957| & |0.043| \\ |0.007| & |0.034| & |\sim 0.998| \end{pmatrix}$$



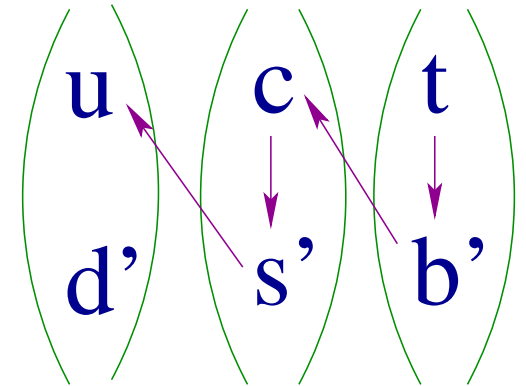
CKM-mátrix: kvarkok kaszkádbomlása

Kvarkbomlás naiv képlete:

$$\Gamma(Q \rightarrow q \ell^- \bar{\nu}_\ell) \sim \frac{G^2 m_Q^5}{192 \pi^3} |U_{qQ}|^2 \times P \quad \text{Fázistér: } P \sim 0.5$$

Nehéz kvarkok kaszkádbomlása:

$$\frac{\Gamma(b \rightarrow u)}{\Gamma(b \rightarrow c \rightarrow s \rightarrow u)} \approx \left(\frac{U_{ub}}{U_{cb} U_{sc} U_{us}} \right)^2 \approx 0,19$$



b-kvark:

sok lepton, hosszú élettartam

4 szabad paraméter, választás általában:

$$s_{12} = |U_{us}|, \quad s_{13} = |U_{ub}|, \quad s_{23} = |U_{cb}|, \quad \delta$$



Az $U(1)_Y \otimes SU(2)_L$ Lagrange-op.

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}W^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}$$

W^\pm, Z, γ terek saját kin. energiája és kölcsönhatása

$$+\bar{L}\gamma^\mu(i\partial_\mu - \frac{g}{2}\tau_a W_\mu^a - \frac{g'}{2}Y B_\mu)L$$

$$+\bar{R}\gamma^\mu(i\partial_\mu - \frac{g'}{2}Y B_\mu)R$$

Leptonok és kvarkok kin. energiája és kh.-uk W^\pm, Z, γ -val

$$+|(i\partial_\mu - \frac{g}{2}\tau_a W_\mu^a - \frac{g'}{2}Y B_\mu)\Phi|^2 - V(\Phi)$$

W^\pm, Z, γ , Higgs tömege és csatolása

$$-(G_1\bar{L}\Phi R + G_2\bar{L}\Phi_c R + \text{herm.konj.})$$

Lepton- és kvarktömegek, Higgs-csatolásuk



A Standard modell szerkezete

$U(1)_Y \otimes SU(2)_L$ invariáns Lagrange-op.

\sim elektromgyenge kh. 4 $m = 0$ bozonnal

+ 4 Higgs-tér (1 izospin-dublett, minimális Higgs-szektor)

Spontán szimm-sértés $\Rightarrow m_\gamma = 0; m_W, m_Z \gg 0$
megjósolt tömegek!

Tömeget teremt fermionoknak, de nem jósol értékeket

Marad Higgs-bozon: skalár, $m_H \gg 0$
elméletet renormálhatóvá teszi

Elmélet: $m_H < 500$ GeV, LEP: $m_H > 114$ GeV



A Standard modell menaszériája

Balkezes fermionpárok (gyenge izospin: $T = \frac{1}{2}$; $T_3 = \pm\frac{1}{2}$)

	1. család	2. család	3. család	töltés	T_3
Leptonok	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	0 -1	$+\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$
Kvarkok	$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$	$+\frac{2}{3}$ $-\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$

és jobbos fermion-szingulettek ($T = 0$; $T_3 = 0$):

$$e_R^-, \mu_R^-, \tau_R^-; (+\nu_e^R, \nu_\mu^R, \nu_\tau^R ??)$$

$$u_R, d_R, c_R, s_R, t_R, b_R,$$

(gyenge kh. hidegen hagyja őket)

Az egész renormálható (hála Higgs-bozonnak)

