

Bose-Einstein korrelációk, CMS eredmények

Siklér Ferenc
KFKI RMKI, Budapest

2010. október 11.

Korrelációk – kezdetek

A TEST OF A NEW TYPE OF STELLAR INTERFEROMETER ON SIRIUS

By R. HANBURY BROWN

Jodrell Bank Experimental Station, University of Manchester

AND

DR. R. Q. TWISS

Services Electronics Research Laboratory, Baldock

WE have recently described¹ a laboratory experiment which established that the time of arrival of photons in coherent beams of light is correlated, and we pointed out that this phenomenon might be utilized in an interferometer to measure the apparent angular diameter of bright visual stars.

The astronomical value of such an instrument, which might be called an 'intensity' interferometer, lies in its great potential resolving power, the maximum usable base-line being governed by the limitations of electronic rather than of optical technique. In particular, it should be possible to use it

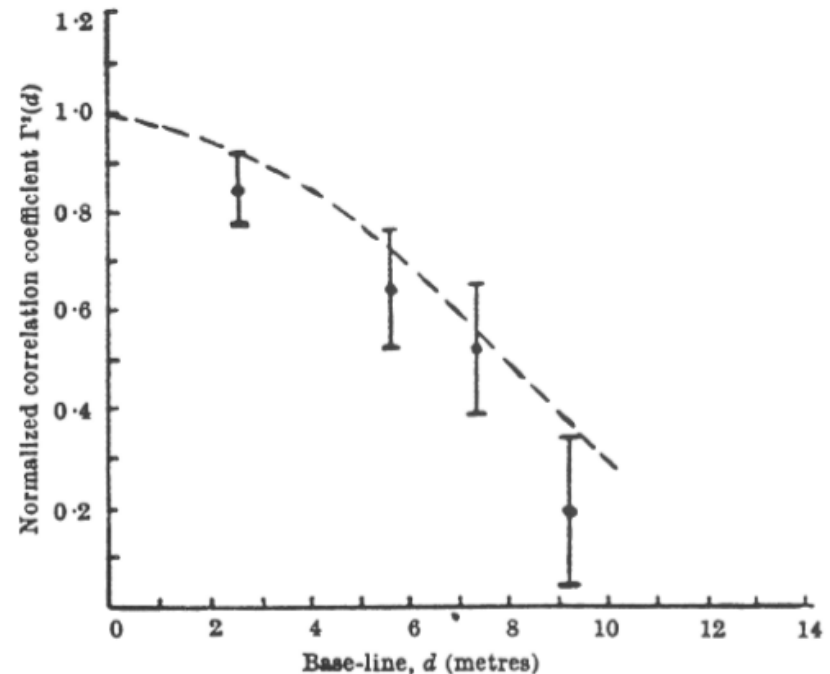


Fig. 2. Comparison between the values of the normalized correlation coefficient $\Gamma^2(d)$ observed from Sirius and the theoretical values for a star of angular diameter 0.0083". The errors shown are the probable errors of the observations

Egy csillag látható mérete (szög)
Intenzitás-interferometria fotonokkal

Korrelációk – kezdetek

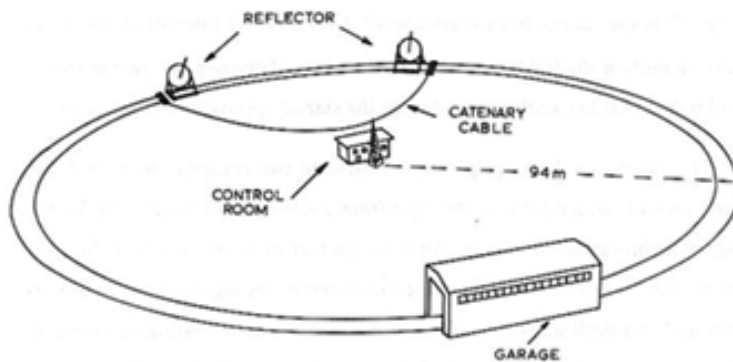


Figure 1. Aerial photo and illustration of the original HBT apparatus. They have been extracted from Ref.[1].

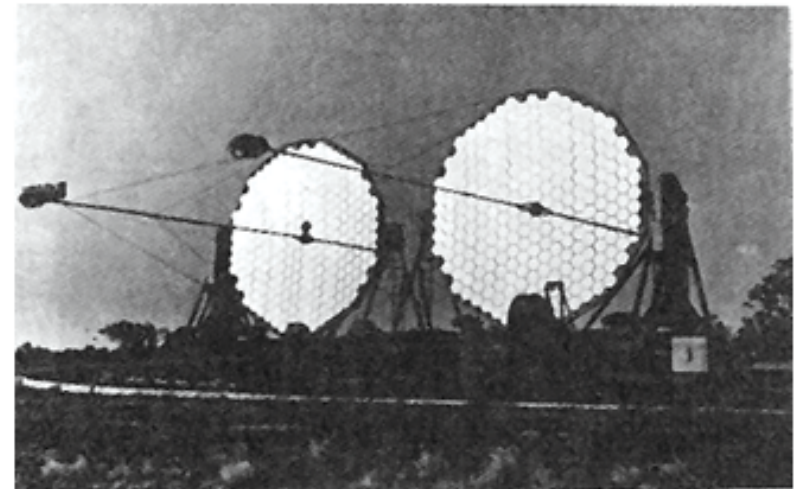


Figure 2. Picture of the two telescopes used in the HBT experiments. The figure was extracted from Ref.[1].

A két detektor gyakrabban szólalt meg egyszerre
Az intenzitás korrelált; nincs fázis-információ

Korrelációk – kezdetek

No. 1, 1974

The angular diameters of 32 stars

133

TABLE III

The uniform disc angular diameters, true angular diameters and normalized zero-baseline correlations for 32 stars

1	2	3	4	5	6
B.S.	Name	MK	$C_N \pm \sigma$ (normalized)	$\bar{\theta}_{UD} \pm \sigma$ (10^{-3} seconds of arc)	$\theta_{LD} \pm \sigma$ (10^{-3} seconds of arc)
472	α Eri	‡B3 Vp	0.98 ± 0.05	1.85 ± 0.07	1.92 ± 0.07
1713	β Ori	†B8 Ia	0.98 ± 0.08	2.43 ± 0.05	2.55 ± 0.05
1790	γ Ori	†B2 III	1.03 ± 0.07	0.70 ± 0.04	0.72 ± 0.04
1903	ϵ Ori	†B0 Ia	0.86 ± 0.07	0.67 ± 0.04	0.69 ± 0.04
1948	ζ Ori	**O9.5 Ib	0.60 ± 0.06	0.47 ± 0.04	0.48 ± 0.04
2004	κ Ori	†B0.5 Ia	1.18 ± 0.09	0.44 ± 0.03	0.45 ± 0.03
2294	β CMa	*B1 II-III	1.07 ± 0.08	0.50 ± 0.03	0.52 ± 0.03
2326	α Car	F0 Ib-II	0.75 ± 0.22	6.1 ± 0.7	6.6 ± 0.8
2421	γ Gem	**A0 IV	1.17 ± 0.09	1.32 ± 0.09	1.39 ± 0.09
2491	α CMa	A1 V	0.91 ± 0.06	5.60 ± 0.15	5.89 ± 0.16
2618	ϵ CMa	**B2 II	0.89 ± 0.06	0.77 ± 0.05	0.80 ± 0.05
2693	δ CMa	**F8 Ia	0.93 ± 0.18	3.29 ± 0.46	3.60 ± 0.50
2827	η CMa	†B5 Ia	0.99 ± 0.09	0.72 ± 0.06	0.75 ± 0.06
2943	α CMi	F5 IV-V	0.98 ± 0.10	5.10 ± 0.16	5.50 ± 0.17
3165	ζ Pup	†O5 f	1.04 ± 0.08	0.41 ± 0.03	0.42 ± 0.03
3207	γ^2 Vel	§WC8 + O9 I	—	0.43 ± 0.05	0.44 ± 0.05
3685	β Car	A1 IV	1.01 ± 0.06	1.51 ± 0.07	1.59 ± 0.07

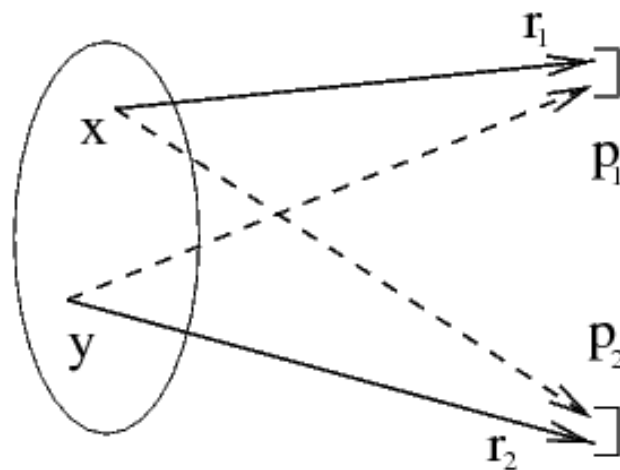
Tényleg működik

Részecskefizikában Goldhaber, Goldhaber, Lee and Pais (1959): $\pi\pi$

Korrelációk – hullámfüggvény

Tegyük fel, hogy két ugyanolyan bozon keletkezik a $\rho(r)$ téridőeloszlású forrás x és y téridőpontjában [Zaj93]. Impulzusuk \vec{p}_1 és \vec{p}_2 , fázisuk φ_1 valamint φ_2 . A \vec{p}_i impulzusú részecskét az r_i pontban detektáljuk (5. ábra). Síkhullámokra felírva, például annak az amplitudója, hogy az x -ben keletkezett p_1 impulzusú bozon r_1 -be eljusson:

$$A = e^{ip_1(r_1-x)+i\varphi_1} \quad (2.1)$$



5. ábra: *Két bozon detektálása*

Korrelációk – pár detektálásának amplitudója

$$A_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[e^{ip_1(r_1-x)+i\varphi_1} e^{ip_2(r_2-y)+i\varphi_2} + e^{ip_1(r_1-y)+i\varphi_1} e^{ip_2(r_2-x)+i\varphi_2} \right] \quad (2.2)$$

Feltettük, hogy az amplitudók p -től függetlenek és inkoherensek – így használhatjuk a szorzatalakot. Két tagot kapunk, hiszen a két bozont nem tudjuk megkülönböztetni. Egy ilyen esemény valószínűsége az amplitudónégyzet négyesintegrálja:

$$A_{12}^2 = A_{12}A_{12}^* = 1 + \frac{1}{2} \left[e^{i(p_2-p_1)(x-y)} + e^{-i(p_2-p_1)(x-y)} \right] = 1 + \cos [q(x-y)] \quad (2.3)$$

ahol $q \equiv p_2 - p_1$ a négyesimpulzusok különbsége. Ezzel

Mekkora egy q impulzuskülönbségű pár valószínűsége?

Kiintegrálunk a keletkezések helyeire (x,y)

[Fermionokra + helyett - a felső képletben: destruktív interferencia]

Korrelációk

$$\begin{aligned} C_2(q) \equiv P_{12} &= \int d^4x d^4y |A_{12}|^2 \rho(x) \rho(y) = \\ &= \int d^4x d^4y (1 + e^{iq(x-y)}) \rho(x) \rho(y) = 1 + |\bar{\rho}(q)|^2 \quad (2.4) \end{aligned}$$

mert $\int d^4x \rho(x) = 1$. $C_2(q)$ a forráseloszlás korrelációs függvénye, $\bar{\rho}(q)$ pedig a relatív elkülönülésre jellemző, 4 dimenziós Fourier-transzformált jellegű mennyiség. A $\rho(r)$ normáltsága miatt $C_2(q=0) = 2$.

A korrelációs függvény az egy- és kétrészecske-eloszlásokból (ρ_1 és ρ_2) állítható elő:

$$C_2(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \frac{P_2(\vec{p}_1, \vec{p}_2)}{P_1(\vec{p}_1)P_1(\vec{p}_2)} = \frac{\langle n \rangle^2}{\langle n(n-1) \rangle} \frac{\rho_2(\vec{p}_1, \vec{p}_2)}{\rho_1(\vec{p}_1)\rho_1(\vec{p}_2)} \quad (2.5)$$

A levezetés világos, mit kell mérni?
Csökkentsük a probléma dimenzióját

Korrelációk

Azonban az eloszlásokat sohasem ismerjük pontosan a fázistérben, ez az út nem járható. Helyette inkább a

$$C_2(q) = \frac{A(q)}{B(q)} \quad (2.6)$$

előállítás használatos, ahol $A(q)$ a q négyesimpulzusváltozással jellemzett valódi párok száma, $B(q)$ pedig a korrelációktól mentes háttér. A B -t általában különböző események bozonjait összekombinálva állítják elő.

A $|\bar{\rho}(q)|$ relatív eltérést mér, az eredeti $\rho(q)$ alakjára kevésbé érzékeny:

$$|\bar{\rho}(q)|^2 = \int e^{iqr} dr \left[\int \rho(R + \frac{1}{2}r)\rho(R - \frac{1}{2}r)dR \right] \quad (2.7)$$

Általában ρ alakját feltesszük (pl Gauss)
De vannak direkt (imaging) módszerek is

Korrelációk – paraméterezések

Síkhullám közelítésben egymástól független részecskekibocsátást feltételezve a korrelációs függvény a következő alakot ölti [Cha95a]:

$$C_2(\vec{Q}, \vec{K}) \approx 1 + \frac{|\int d^4x S(x, K) e^{iQx}|^2}{|\int d^4x S(x, K)|^2} \quad (2.8)$$

ahol $Q = (Q_0, \vec{Q}) = (E_1 - E_2, \vec{p}_1 - \vec{p}_2)$ az energia-impulzus-különbség négyesvektora, $K = (K_0, \vec{K}) = \frac{1}{2}(E_1 + E_2, \vec{p}_1 + \vec{p}_2)$ az energia-impulzus párátlag, $S(x, K)$ pedig a keresett forrásfüggvény. A nyeregponthoz közelítés alkalmazásával – az $S(x, K)$ maximuma körüli kvadratikus kifejtés – a következő \vec{K} függő parametrizációhoz jutunk:

$$C_2(\vec{Q}, \vec{K}) = 1 + \lambda \exp \left(- \sum_i \sum_j Q_i Q_j R_{ij}^2 \right) \quad (2.9)$$

Többdimenziós, R_{side} , R_{long} , R_{out}

Korrelációk – paraméterezések

$$C_2(\vec{Q}, \vec{K}) = 1 + \lambda \exp(-Q_{side}^2 R_{side}^2 - Q_{out}^2 R_{out}^2 - Q_{long}^2 R_{long}^2 - 2Q_{out} Q_{long} R_{out, long}^2) \quad \text{”Bertsch – Pratt”} \quad (2.10)$$

$$C_2(\vec{Q}, \vec{K}) = 1 + \lambda \exp(-Q_0^2 R_0^2 - Q_{\perp}^2 R_{\perp}^2 - Q_{\parallel}^2 R_{\parallel}^2) \quad \text{”Yano – Koonin – Podgoretsky”} \quad (2.11)$$

Nehézion fizikában nagyon elterjedt, csillag – QGP sugara
Egyes paraméterek centralitás- és impulzusfüggése jósolható

Korrelációk – egy dimenzió

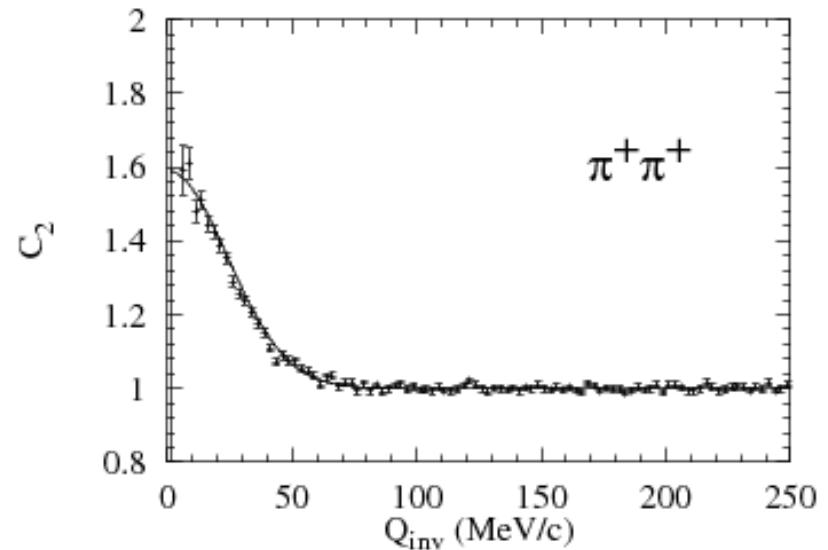
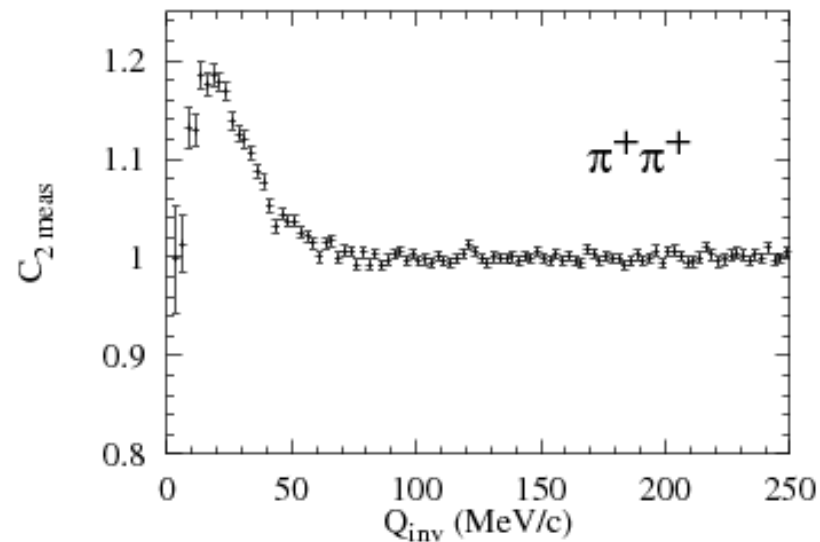
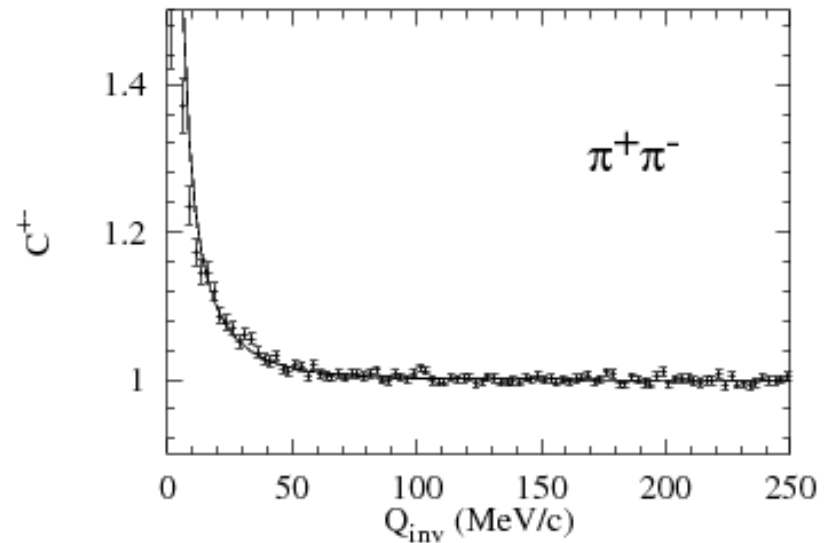
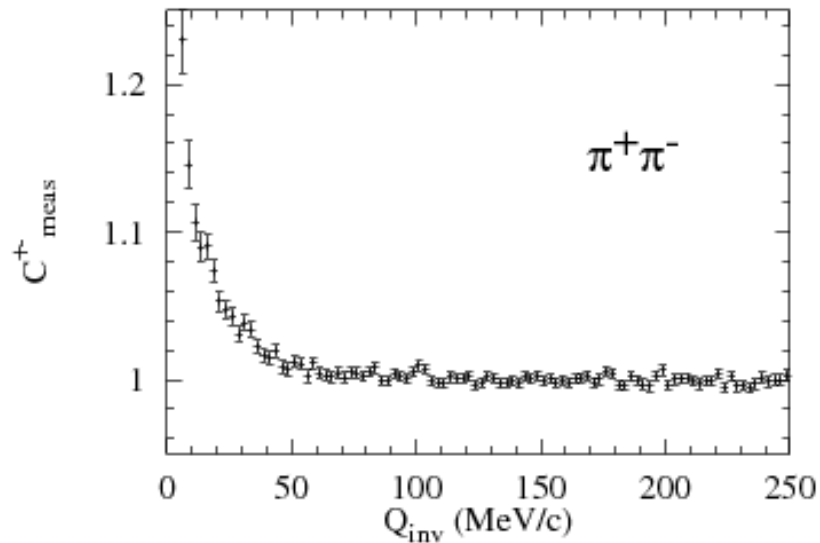
Láttuk, hogy érdemes valamely q négyesimpulzust bevezetni új változónak. Hogy a Lorentz-invarianciát megőrizzük, szokásos a két részecske energia-impulzusának invariáns különbségét választani.

$$q^2 = Q_{inv}^2 = (\vec{p}_1 - \vec{p}_2)^2 - (E_1 - E_2)^2 \quad (2.12)$$

Így a C_2 -re

$$C_2(Q_{inv}, R_Q) = \frac{A(Q_{inv})}{B(Q_{inv})} \quad (2.13)$$

Pb+Pb eredmény @ SPS



Miért van csúcs $\pi^+\pi^-$ esetben? Különböző részecskék is korrelálnak?

Coulomb-korrekción

Az első lépést Gamow tette meg, amikor kiszámította annak a valószínűségét, hogy két adott impulzuskülönbségű töltött részecske kezdetben ugyanabban a pontban található. Használjunk kváziklasszikus közelítést és vegyük a két részecske tömegközépponti rendszerét. Annak a valószínűsége, hogy egy μ tömegű q impulzusú részecske r_1 -től az r_t klasszikus fordulópontig (*turning point*) eljut

$$P(r_1, r_t) = \frac{1}{\pi} \int_{r_1}^{r_t} q(r) dr \quad (5.7)$$

$$q(r) = [2\mu (V(r)) - E_{kin}^0]^{1/2} \quad (5.8)$$

ahol $V(r_t) = E_{kin}^0$ határozza meg a mozgás klasszikus végpontját.

Coulomb-korrekción

$$P(r_1, r_t) = \frac{1}{\pi} [I(r_t) - I(r_1)] \quad (5.9)$$

$$I(r) = r q(r) - \frac{\alpha \mu}{2q} \arcsin \left[1 - \frac{V(r_t)}{V(r)} \right] \quad (5.10)$$

ebből az $r_1 = 0$ választással

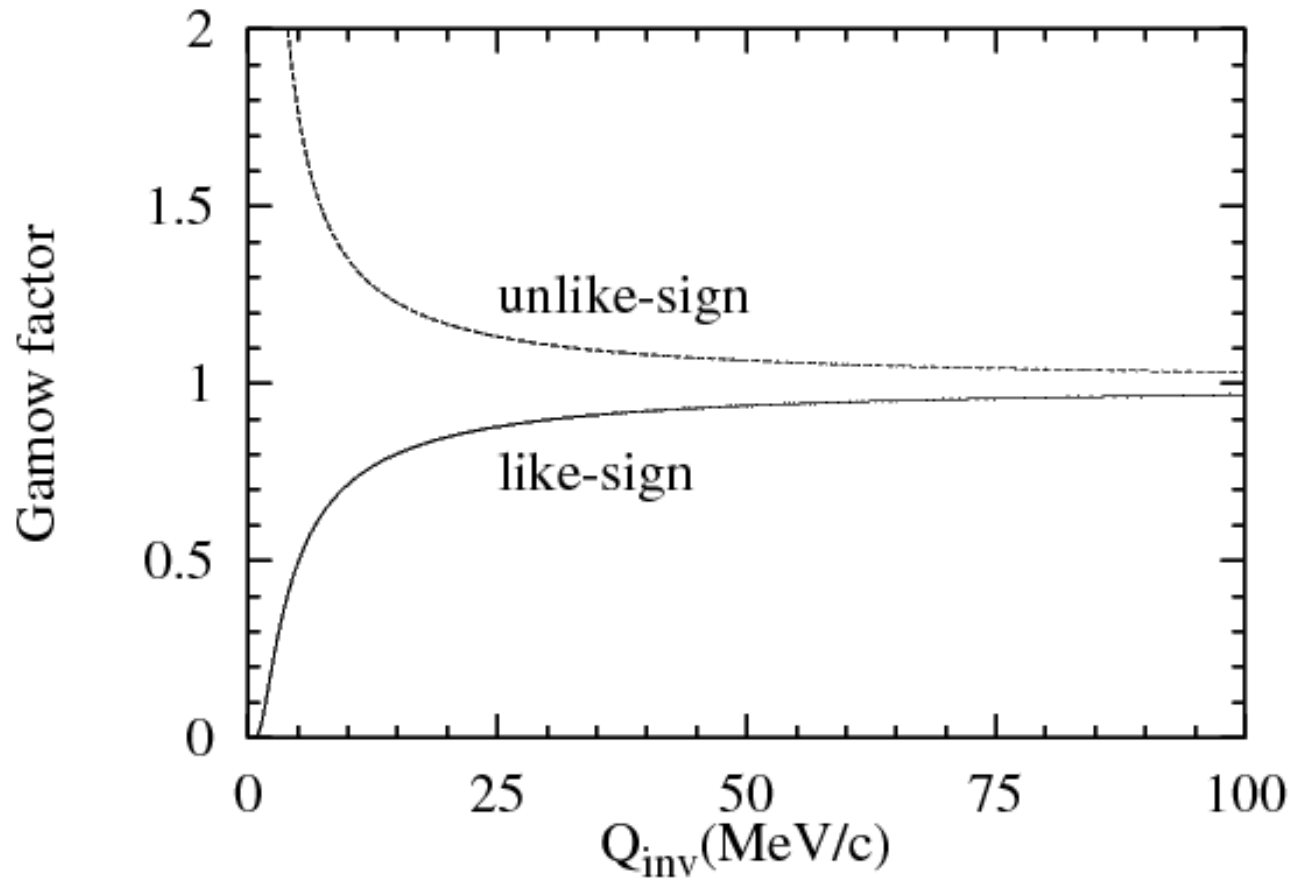
$$P(0, r_t) \Rightarrow G(\eta) = \frac{2\pi\eta}{e^{2\pi\eta} - 1} \quad (5.11)$$

ahol

$$\eta = \frac{\alpha z_1 z_2 \mu}{Q_{inv}} \quad \text{Sommerfeld-paraméter} \quad (5.12)$$

Gamow-korrekción, jól használható p+p esetben

Coulomb-korrekción



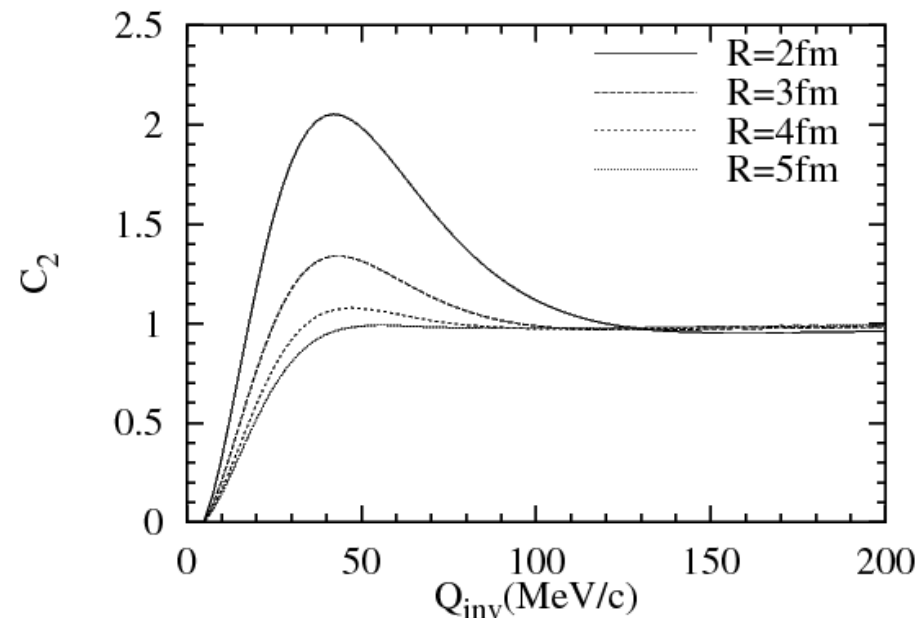
Unlike-sign: jól magyarázza a $\pi^+\pi^-$ esetet

Like-sign: fontos effektus

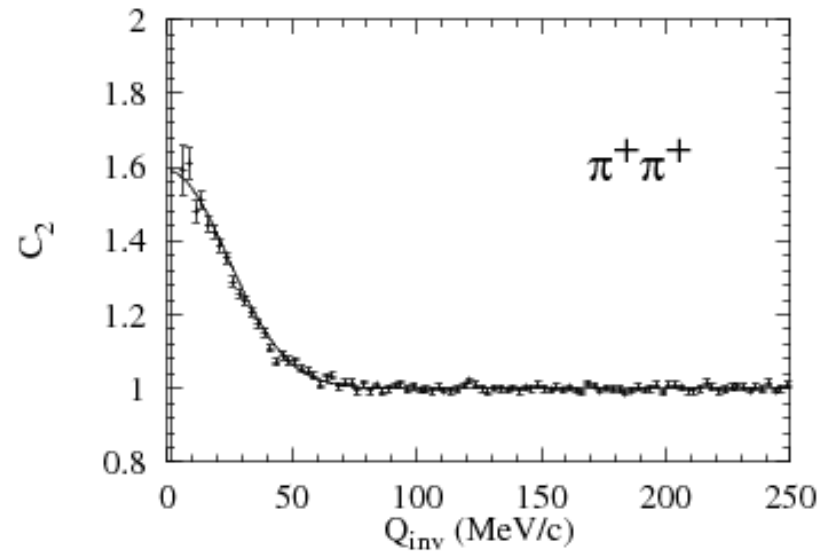
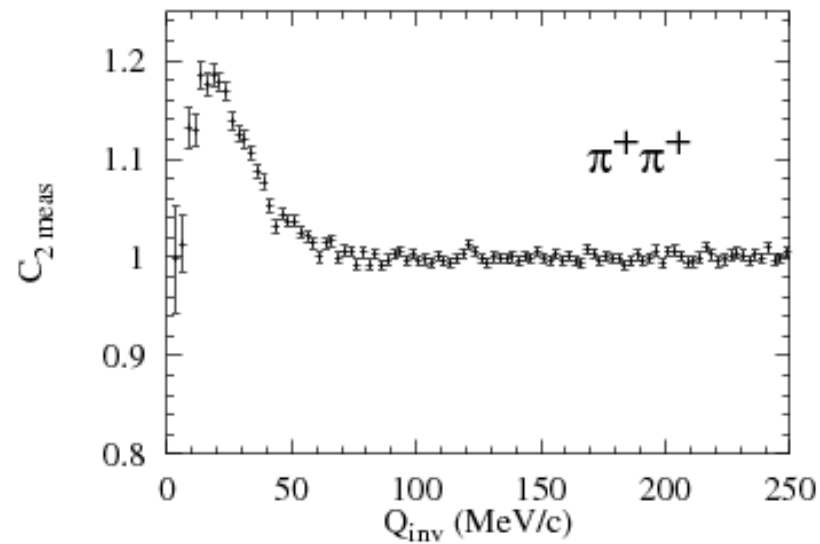
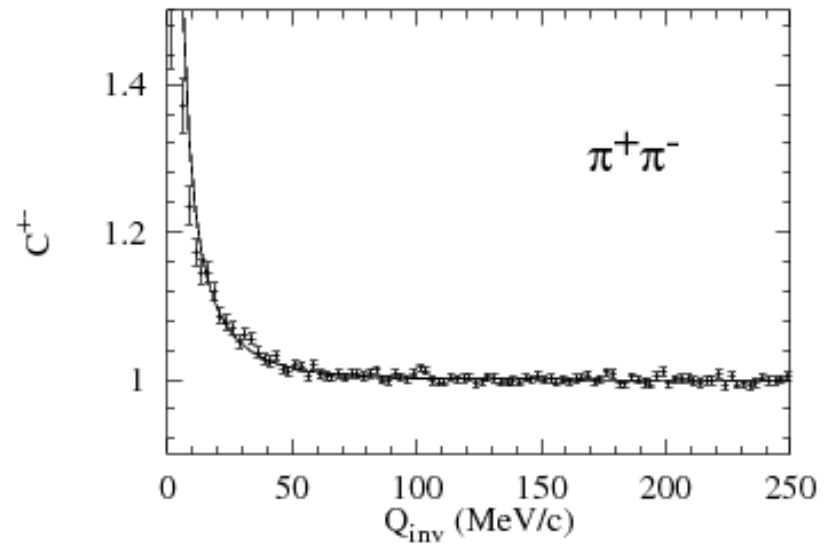
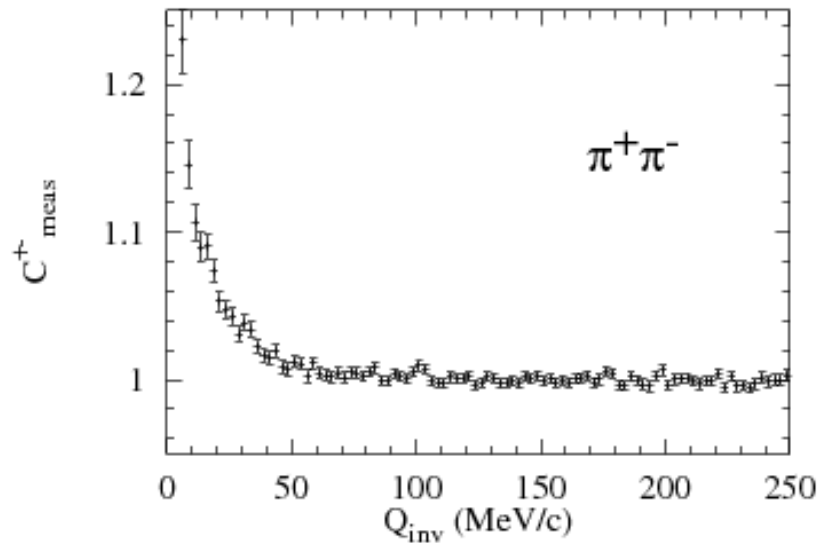
Lerontja a kvantumkorrelációt az érdekes kis Q_{inv} régióban

Korrelációk – protonokkal?

A kis relatív impulzussal kirepülő protonok szintén hordoznak információt a forrás szerkezetéről. Korrelációs függvényük a Pauli-féle kizárási elvre alapozva, a rövid hatótávolságú erős, valamint a hosszú hatótávolságú Coulomb kölcsönhatást összegezve áll elő. A magerők vonzó s -hullámja okozza a $Q_{inv} \approx 40 \text{ MeV}/c$ körüli határozott maximumot (${}^2\text{He}$ rezonancia), ha a protonok átlagos távolsága a kibocsátáskor 5 fm alatt marad. A $Q_{inv} = 0$ -nál látható minimum pedig a taszító elektromos kölcsönhatás eredménye. Már léteznek a Boltzmann-Uehlin-Uhlenbeck transzport modellre alapozott számítások [Gon91], [Bau92], amelyek számítógépes kiértékelésére támaszkodva



Pb+Pb eredmény @ SPS



Nyers adat

Korrigált

Hadron correlations at CMS – Bose-Einstein

- Analysis

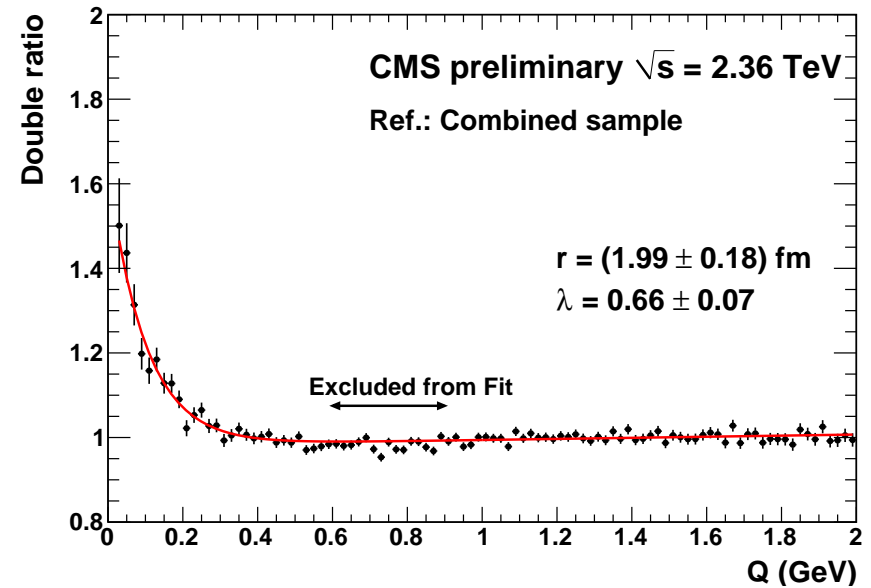
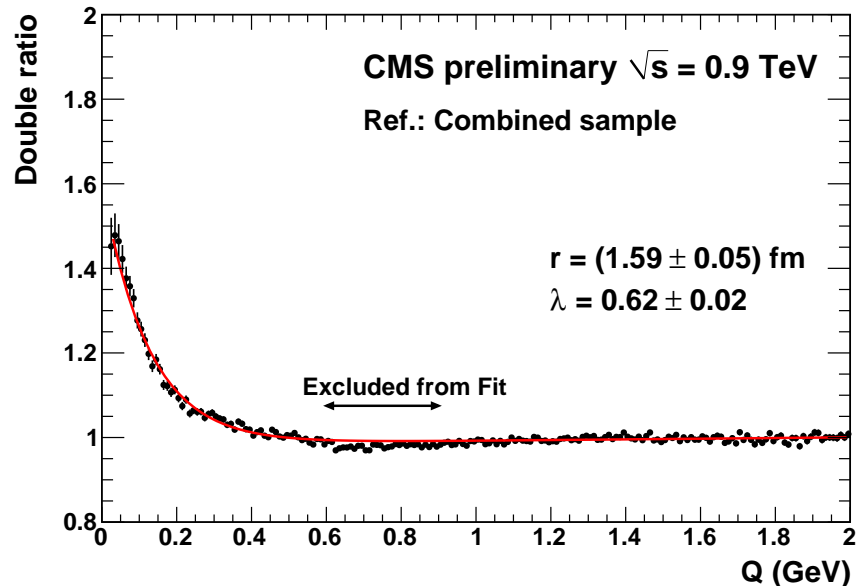
- Correlation between identical bosons
- The size of the correlated emission region can be inferred
- What to measure? Difference of four-vectors, $Q = \sqrt{-(p_1 - p_2)^2}$
- Parametrization
$$R(Q) = C [1 + \lambda \Omega(Qr)] (1 + \delta Q)$$
effective radius r , strength λ , long range correlation δ $\Omega(Qr)$ is the Fourier transform of the emission region

- Uncorrelated background distributions?

- pairs from same event
 - opposite charge; opposite charge with one track \mathbf{p} inverted; same charge with \mathbf{p} inverted; same charge with \mathbf{p} rotated in the transverse plane
- pairs from different events
 - random; similar $dN/d\eta$; similar total invariant mass of charged particles

Combined reference sample was used

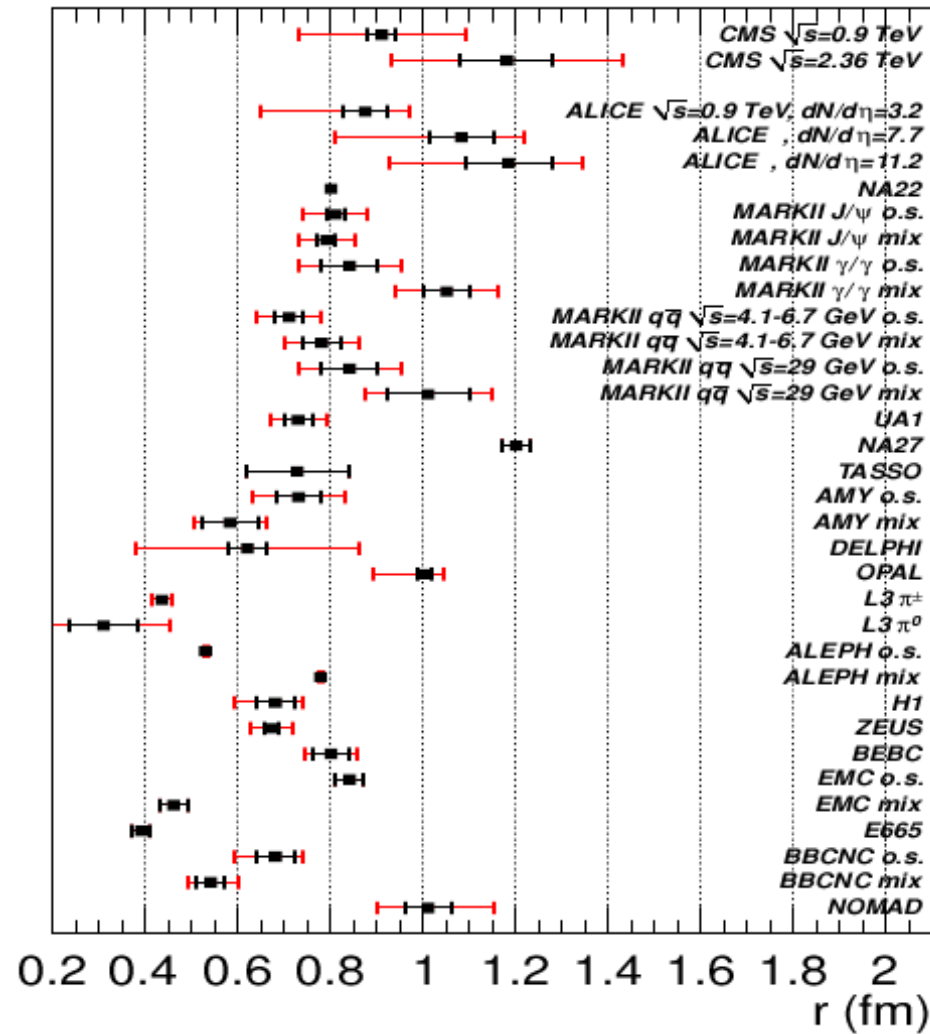
Hadron correlations at CMS – Bose-Einstein



Ratio of signal and uncorrelated background distributions
Combined reference sample is used

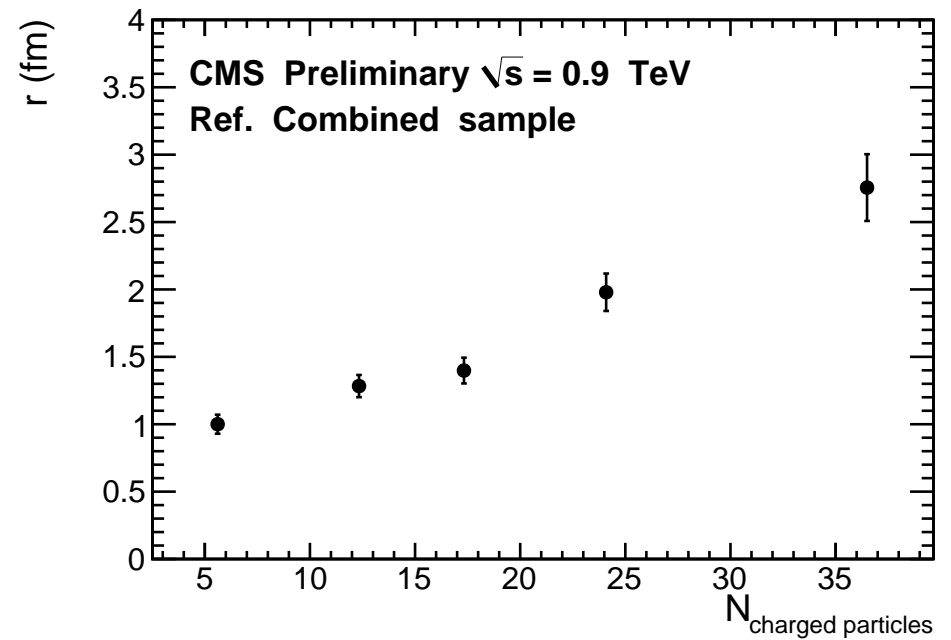
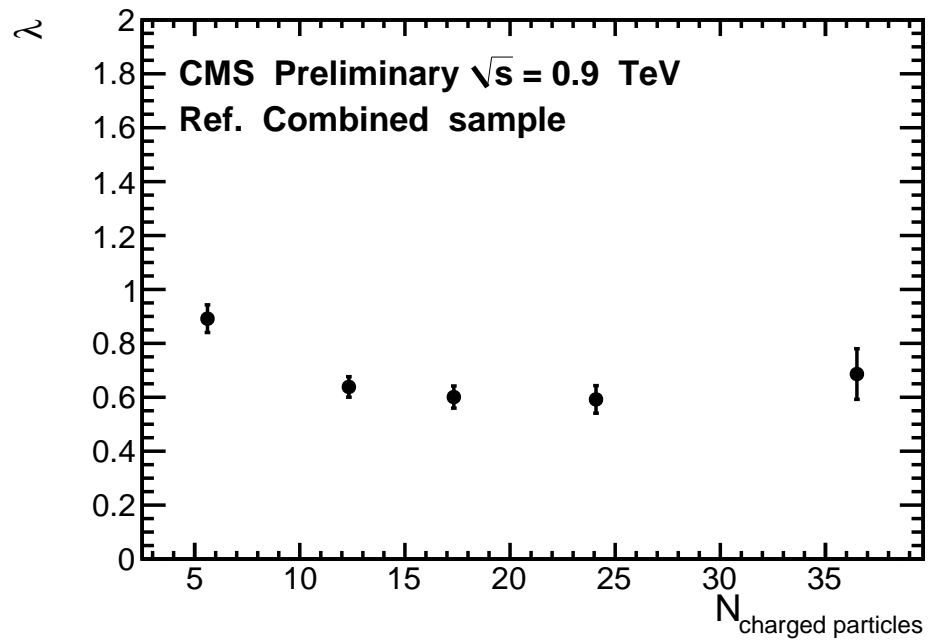
Exponential function is favored, $\Omega(Qr) = e^{-Qr}$

Hadron correlations at CMS – Bose-Einstein – others



CMS values scaled by $1/\sqrt{\pi}$ to match first moment

Hadron correlations at CMS – Bose-Einstein



Radius clearly depends on charged particle multiplicity in the event
7 TeV result is also public soon

Summary

